SANTILLI RUGGERO

FONDAMENTI

per una

TEORIA UNITARIA SULLA STRUTTURA DELL' ELETTRONE

■■

Ricerche effettuate nello
ISTITUTO DI FISICA NUCLEARE
NAPOLI
Mostra d' Oltremare - Marzo 1959

B I B L I O G R A F I A.

L. I. Schiff – Quantum Mechanics, Mc Graw-Hill.

R. Becker – Theorie der Elektriztat, G. B. Toubner.

G. Davisson e L. Germer – Phys. Rev. 30, 705, 1927.

G. P. Thomson – Proc. Roy. Soc. London 117, 600, 1928.

L. De Broglie – Ann. Phys. 3, 22, 1925.

———— o ————

I N D I C E

PARTE I

I concetti fondamentali ..... Pag. 1
Il caso unidimensionale ..... " 3
Il caso tridimensionale ..... " 13
Il comportamento ondulatorio ..... " 21
Lo spin ..... " 24
Il Principio di Indeterminazione ..... " 28
Formula generale del livello energetico dell'elettrone ... " 31

PARTE II

Il campo elettrico dell'elettrone ..... " 35
Nascita delle forze agenti nel campo elettrico dell'elet=
trone ..... " 37
Il meccanismo d'azione del campo elettrico ..... " 42
Indipendenza fra i lavori effettuati dal campo elettrico
ed il livello energetico dell'elettrone ..... " 50
Il momento magnetico dell'elettrone ..... " 52
Nascita delle azioni agenti nel momento magnetico ..... " 53
Meccanismo d'azione del campo magnetico ..... " 56
L'elemento elettromagnetico d'azione ..... " 59
Verifiche sperimentali suggerite ..... " 62

o

P A R T E I

o o o

Il presente lavoro è un tentativo di raggiungere alla luce della Meccanica Quantistica una concezione analitica sulla struttura dell'elettrone la quale permetta di interpretare in modo soddisfacente i principali dati sperimentali connessi con la particella: comportamento ondulatorio, nascita e meccanismo d'azione dei campi presenti nel suo intorno, indipendenza fra i lavori effettuati dal campo ed il livello energetico della particella, spin, ecc. ecc.

I concetti fondamentali.

Consideriamo un elettrone in quiete riferito ad una terna centrale di assi cartesiani (x,y,z). Sia m_0 la sua massa di quiete ed R il suo raggio.

L'ipotesi fondamentale di tutte le considerazioni esposte nel presente lavoro è che l'elettrone sia un livello energetico attuale. La sua massa di quiete secondo questa ipotesi non può quindi trasformarsi in energia secondo la relazione

$$E = m_0 c^2 ,$$

ma essa è già energia in atto completamente realizzata. Questo porta a supporre che nell'interno dell'elettrone esista tutto un particolare sistema di movimenti tali da localizzare l'autovalore discreto E. L'ipote

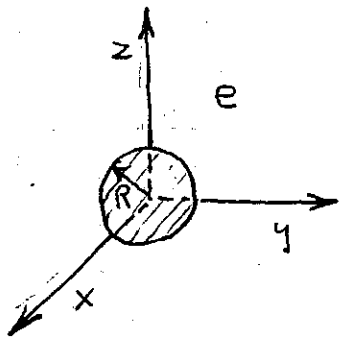

Fig. 1.

si è legittimata dal fatto che, affiché si possa interpretare il comportamento ondulatorio della particella, e quindi anche un suo possibile fenomeno di interferenza (esperienza di Germer e Davisson), l'elettrone deve essere dotato di una struttura profondamente dinamica ed in particolare tale che, se per un istante si riuscisse a fermare tutti i suoi moti componenti, la particella dovrebbe scomparire completamente.

Sia $\psi(\vec{r},t)$ la funzione d'onda che localizza l'autovalore m_0c^2 . I due principali problemi da risolvere sono:

1°) A quale entità attribuire la funzione d'onda ψ ? ossia quale è quella entità che col suo moto determina la struttura della particella?

2°) Quali sono i moti componenti dell'elettrone?

Mentre il secondo problema riceverà una soddisfacente trattazione matematica, il primo può essere risolto in questa sede solo concettualmente perché riveste carattere di assoluta generalità per tutta la struttura della materia.

Poiché in assenza completa di movimenti, ossia per funzione d'onda nulla, l'elettrone deve scomparire completamente riducendosi ad una pura e semplice porzione di spazio, l'unica entità capace di localizzare la funzione d'onda suddetta è lo spazio stesso. Questa considerazione diviene più plausibile se si pensa che allo spazio è stata già attribuita la possibilità di localizzare una funzione d'onda analoga, come è avvenuto per il pacchetto d'onda, o più in generale per l'onda elettromagnetica che nel fenomeno di interferenza si riduce anch'essa ad una porzione di spazio non modificata.

D'altra parte esiste nella Fisica tutto un complesso di dati sperimentali, quali la trasmissione delle forze dei campi nel vuoto, la trasversalità delle onde elettromagnetiche, la periodicità dei vettori $\vec{E}$ ed $\vec{H}$ delle stesse, la costanza della velocità di propagazione per tutti i tipi di radiazione, l'indipendenza della velocità di propagazione da quella della sorgente, ecc. ecc. che inducono a ritenere che lo spazio si comporti come un mezzo rigido, sia pur fittiziamente, come ha dimostrato la Fisica Moderna; di conseguenza anche la struttura dell'elettrone deve essere tale da condurre alla stessa fittizia rigidità, affinché si rispetti quel

la generalità di concetti fondamentali assolutamente necessaria in una qualsiasi concezione.

Consideriamo una porzione di spazio non percorsa né da radiazioni né elettromagnetiche, né corpuscolari. Sia P un suo punto in quiete. Supponiamo che per cause a noi sconosciute questo punto venga posto in movimento acquistando un autovalore discreto E. Dalla teoria della elasticità sappiamo che, insieme al punto P, entrerà in movimento anche un intorno discreto del punto stesso che durante il moto non viene deformato dalle rimanenti porzioni di mezzo. Sia $\Delta\varphi$ la porzione di mezzo contenuta in tale intorno.

Il nostro problema è quello di determinare la funzione d'onda $\psi(\vec{r},t)$ applicata alla porzione $\Delta\varphi$ e distribuita nell'interno di una sfera di raggio R, capace di determinare la struttura dell'elettrone, localizzandone il corrispondente autovalore, e di contemplare i complessi dati sperimentali ad esso connessi.

I moti componenti possibili sono tre: oscillatori, rotatori e traslatori, ma non tutti sono compatibili con la fittizia rigidità del mezzo e con le dimensioni ben definite della particella. In conseguenza di questo e degli studi eseguiti si consiglia di scindere la funzione d'onda generale $\psi(\vec{r},t)$ dell'elettrone in due parti:

$$\psi(\vec{r},t) = \psi_1 + \psi_2 \qquad (1)$$

Chiamiamo ψ_1 la funzione d'onda fondamentale dell'elettrone, perché compatibile con la fittizia rigidità del mezzo. Essa è quindi la funzione d'onda sempre presente per tutti gli autovalori dell'elettrone diversi da zero. La funzione d'onda ψ_2 è invece inessenziale, in quanto determinata da un numero variabile di moti componenti secondari che possono essere presenti o meno.

Precisato questo, non è difficile accorgersi che il moto componente fondamentale della ψ_1 è sempre univocamente determinato: esso non può mai essere altro che una oscillazione armonica perché, come è noto, le porzioni discrete di mezzi rigidi possono entrare in movimento solo secondo delle oscillazioni armoniche.

Il caso unidimensionale.

Trascurando in questa prima approssimazione l'energia loca

lizzata secondo lo spin dell'elettrone, il nostro problema è quello di analizzare un oscillatore lineare di ampiezza massima costante ed eguale a 2.10^{-13} cm (= R), di autovalore noto uguale a m_0c^2, in un campo di forze centrali dovuto ad un potenziale V indipendente dal tempo

$$V(x) = \frac{1}{2} k x^2 \quad , \text{ tale che } \quad F = -\nabla V = -kx \qquad (2)$$

L'equazione d'onda di Schrödinger assume in questo caso la forma:

$$i\hbar \frac{\partial \psi_1}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2\Delta I} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} + \frac{1}{2} k x^2 \psi_1 \qquad (3)$$

dove ΔI è una fittizia inerzia dinamica che si attribuisce ad una porzione di mezzo $\Delta \varphi$.

Poiché il campo di forze è centrale, le soluzioni sono del tipo armonico e si possono in conseguenza separare le variabili con la relazione:

$$\psi_1(x,t) = u(x)\, f(t) \qquad (4)$$

Sostituendo la (4) nella (3) e dividendo per ψ_1 si giunge ad una relazione composta di due termini ciascuno funzione di una sola variabile ed uguale all'autovalore E:

$$\begin{cases} \dfrac{i\hbar}{f} \dfrac{df}{dt} = E & (5) \\[2ex] \dfrac{1}{u}\left(-\dfrac{\hbar^2}{2\Delta I} \dfrac{d^2u}{dx^2} + \dfrac{1}{2} k x^2 u\right) = E & (6) \end{cases}$$

L'equazione per f si integra immediatamente e dà:

$$f(t) = C\, e^{-\frac{iEt}{\hbar}} \qquad (7)$$

Scegliendo la costante C in modo da normalizzare la u, si ha

$$\psi_1(x,t) = u(x)\, e^{-\frac{iEt}{\hbar}} \qquad (8)$$

Il fatto che la soluzione sia complessa non costituisce, come è noto un difetto di formalismo nella Meccanica Quantistica. E' necessario però assicurarsi che tutti i risultati prevedibili per le possibili osservazioni fisiche siano esprimibili per mezzo di numeri reali.

Resta ora incognita solo la funzione u(x) soluzione dell'equazione:

$$-\frac{\hbar^2}{2\Delta I}\frac{d^2u}{dx^2}+\frac{1}{2}Kx^2u=Eu \qquad (9)$$

Analizziamo prima qualitativamente la natura delle sue possibili soluzioni. Supponiamo che vi siano delle regioni per le quali il potenziale V è nullo per valori di x sufficientemente grandi positivi e negativi. In queste condizioni la funzione d'onda assume la forma:

$$u(x)=e^{-\beta|x|}=e^{-\sqrt{-\frac{2\Delta I E}{\hbar^2}}\,|x|} \qquad (10)$$

Supponiamo che si possa estendere questa soluzione ai punti intermedi, ad es. per x = 0, servendoci delle condizioni al contorno. Ciò è possibile, come è noto, purché si scelgano opportunamente le costanti arbitrarie moltiplicative per valori della x positivi e negativi. Infatti nelle regioni in cui $E<V(x)$, d^2u/dx^2 è positivo e perciò la u è convessa verso l'asse x. Prolungando le soluzioni fino a $\pm\infty$

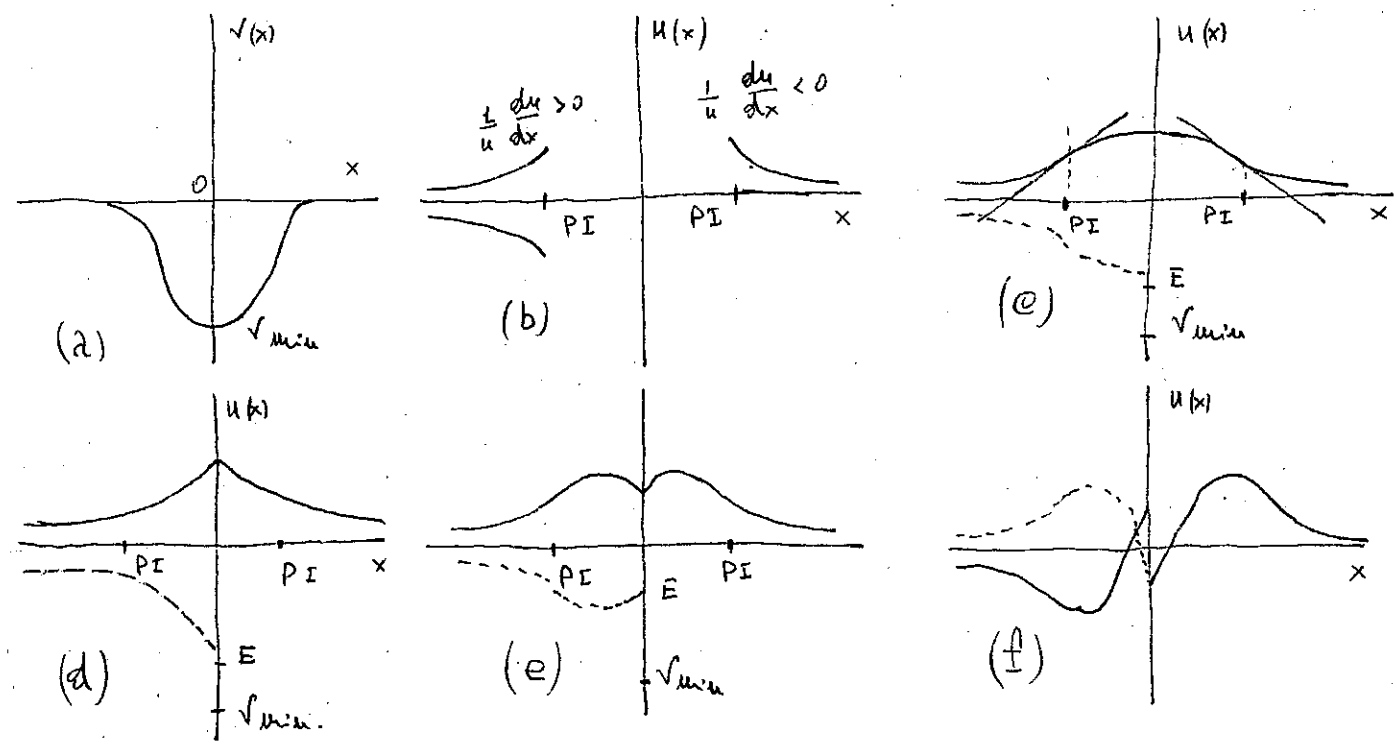

Fig. 2.

si osserva che i rapporti fra la derivata e la funzione hanno sempre segni opposti, finché si mantangono in reciproche regioni per cui E è sempre minore di V. In corrispondenza del particolare valore del potenziale della fig.2(a) si hanno le funzioni d'onda espresse in (b).

I punti PI sono i punti di inversione del moto classico perché sono i punti limite del moto di una particella classica di energia E nel quale si inverte la direzione del moto della particella. In tali punti $\frac{d^2u}{dx^2} = 0$ ed u(x) ha curvatura nulla. Ovviamente per raccordare con continuità le due soluzioni occorrono dei valori di E maggiori di V(x), affinché d^2u/dx^2 sia negativo ed u abbia la concavità volta verso l'asse della x. La fig. 2(d) rappresenta le due soluzioni fino al punto di incontro per un valore un po' minore di E; si nota che se le u sono uguali, non lo sono le derivate, e viceversa, quando si impone che le derivate siano uguali per x=0 le u risultano diverse (curva tratteggiata a sinistra e curva a tratto pieno a destra). Analogamente si hanno le figure 2(e,f,..) per valori sempre maggiori, ossia meno negativi, di E. Si vede così che esiste uno ed un sol particolare valore per il quale l'autofunzione soddisfi le condizioni ai limiti e di continuità con curvature nulle in corrispondenza dei punti di inversione. Analogamente a quanto avviene nel caso classico, la condizione necessaria affinché esista una tale autofunzione è che $V(x) < 0$, nel qual caso E è compreso fra il valore minimo di V e lo zero.

o o o

Introducendo una variabile indipendente adimensionale $\xi = ax$ ed un autovalore adimensionale λ, possiamo scrivere la (9) nella forma adimensionale:

$$\frac{d^2u}{d\xi^2} + (\lambda - \xi^2)u = 0 \qquad (11)$$

in cui

$$a^2 = \frac{\Delta I K}{\hbar^2}, \quad e \quad \lambda = \frac{2E}{\hbar}\left(\frac{\Delta I}{K}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (12)$$

La ricerca delle soluzioni della (11) risulta facilitata se si esaminano prima le regioni in cui ξ è sufficientemente grande. infatti per $\xi \to \pm\infty$

$$u(\xi) = \xi^n e^{\pm\frac{1}{2}\xi^2} \qquad (13)$$

per ogni valore finito di n. Le condizioni al contorno discusse poc'an

zi ci consentono di usare nell'esponente della (13) solo il segno $-$. Seguendo il punto di vista di Hermite, una possibile soluzione esatta della (11) ha la forma:

$$u(\xi) = H(\xi)\, e^{-\frac{1}{2}\xi^2} \qquad (14)$$

che, sostituita nella (11), dà la seguente espressione per $H(\xi)$:

$$H'' - 2\xi H' + (\lambda - 1) H = 0 \qquad (15)$$

Cerchiamo una soluzione di H tale che sia necessariamente finita per $\xi = 0$ ed abbia la forma:

$$H(\xi) = \xi^s \left(a_0 + a_1 \xi + a_2 \xi^2 + \dots\right) \quad \text{con} \quad a_0 \neq 0 \ \text{e} \ s \geqq 0 \qquad (16)$$

La Meccanica Quantistica ci insegna che la serie (16) deve essere necessariamente limitata, ed in particolare, detto ν un numero intero, l'autovalore λ deve essere dato dall'espressione:

$$\lambda = 2s + 2\nu + 1 \qquad (17)$$

Contemplando le due serie relative agli indici pari e dispari, con l'introduzione di un numero quantico n, si ha in definitiva:

$$\lambda = 2n + 1 \quad ; \quad E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\, \omega_e \quad ; \quad n = 0, 1, 2, \dots \qquad (18)$$

dove il valore $E_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega_e$ dell'energia dello stato fondamentale o livello zero ci dà il valore della metà della frequenza dell'oscillatore lineare costituente l'elettrone nella sua forma unidimensionale. Si ottiene così, essendo $m_0 = 0{,}9 \cdot 10^{-27}$ gr, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec, ed $h = 6{,}5 \cdot 10^{-27}$ erg.sec,

$$\nu = \frac{E_0}{h} = \frac{0{,}9 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{20}}{6{,}5 \cdot 10^{-27}} \ \frac{gr\ cm^2}{erg\ sec^3} = 1{,}25 \cdot 10^{20}\ sec^{-1} \qquad (19)$$

Si conclude che la parte principale ψ_1 della funzione d'onda generale dell'elettrone rappresenta un oscillatore lineare di autovalore $m_0 c^2$, di ampiezza costante ed uguale a $2 \cdot 10^{-13}$ cm, e di frequenza $1{,}25 \cdot 10^{20}$ sec^{-1}.

o o o

Il valore poc'anzi calcolato per la frequenza dell'oscillatore armonico costituente la parte fondamentale dell'elettrone ci permette di raggiungere una prima verifica sperimentale del punto di vista adottato, servendoci dell'esperienza già eseguita relativa all'annichilamento degli elettroni eteronimi.

Come è noto, se due elettroni eteronimi vengono a contatto in una regione interessata dalla presenza di un nucleo, si osserva la scomparsa delle particelle e la contemporanea emissione di due quanti gamma aventi direzioni opposte. Se analizziamo la trasformazione della funzione d'onda ψ_1 nel quanto gamma ci accorgiamo che la frequenza nei due casi deve rimanere la stessa perché determina il livello energetico in ambedue i casi a meno della costante h. La trasformazione si riduce così alla presenza nel quanto di irraggiamento di un nuovo ente, la lunghezza d'onda, generata dalla traslazione alla velocità c dell'oscillazione armonica costituente l'elettrone.

Ora si è visto che, irraggiando con elettroni positivi dei metalli, si osserva la scomparsa degli elettroni e la contemporanea presenza di quanti gamma di lunghezza d'onda 25.10^{-11} cm. In corrispondenza di tale lunghezza d'onda si ha la frequenza:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{25 \cdot 10^{-11}} \ sec^{-1} = 1,2 \cdot 10^{20} \ sec^{-1} \qquad (20)$$

ossia si ha una frequenza che praticamente coincide, nei limiti dell'approssimazione sperimentale, col valore calcolato per l'elettrone, contribuendo all'attendibilità del punto di vista suggerito sulla struttura della particella in esame.

o o o

Quale seconda riprova, in particolare per le posizioni fondamentali, faremo vedere che esiste una analogia di struttura fra la funzione d'onda ψ_1 dell'elettrone e quella dei pacchetti d'onda, il che contribuisce ad avvalorare l'esistenza della funzione d'onda proposta.

Ricorrendo alle funzioni generatrici

$$S(\xi, s) = e^{-s^2 + 2s\xi} = \sum_0^\infty {}_n \frac{H_n(\xi)}{n!} s^n \qquad (21)$$

e sviluppando opportuni calcoli si trova che l'ennesimo polinomio di Hermite ha l'espressione:

$$H_n(\xi) = (-1)^n e^{\xi^2} \frac{\partial^n}{\partial \xi^n} e^{-\xi^2} \qquad (22)$$

dove in particolare

$$H_0(\xi) = 1 \quad ; \quad H_1(\xi) = 2\xi \quad ; \quad H_2(\xi) = 4\xi^2 - 2 \quad . \qquad (23)$$

In corrispondenza la funzione d'onda u(x) è data da:

$$u_n(x) = N_n \, H_n(ax) \, \exp\left[-\frac{1}{2} a^2 x^2\right] \qquad (24)$$

dove N_n, tale da normalizzare u:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |u_n(x)|^2 dx = \frac{|N_n|^2}{a} \int_{-\infty}^{+\infty} H_n^2(\xi) \, e^{-\xi^2} d\xi = 1 , \qquad (25)$$

ha il valore:

$$N_n = \left(\frac{a}{\pi^{\frac{1}{2}} \, 2^n \, n!} \right)^{\frac{1}{2}} \qquad (26)$$

Per l'autofunzione dello stato fondamentale si ha quindi:

$$u_0(x) = \frac{a^{\frac{1}{2}}}{\pi^{\frac{1}{4}}} e^{-\frac{1}{2} a^2 x^2} \qquad (27)$$

ossia si ha una soluzione che è perfettamente equivalente a quella del pacchetto d'onde minimo

$$\psi(x) = \left[2\pi (\Delta x)^2\right]^{-\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{(x - \langle x \rangle)^2}{4 (\Delta x)^2} + \frac{i \langle p \rangle x}{\hbar}\right] \qquad (28)$$

Si conclude quindi che il pacchetto minimo può anche essere un'autofunzione dell'equazione d'onda dell'oscillatore lineare costituente la parte fondamentale dell'elettrone, purché naturalmente si stabilisca una opportuna relazione fra le quantità Δx, K e ΔI.

o o o

Cerchiamo ora una ψ_1 che sia la più semplice soluzione particolare dell'equazione d'onda, e quindi intuitivamente comprensibile e schematizzabile.

Ricordiamo che una soluzione particolare della equazione di Schrödinger è data da:

$$\psi_1(x,t) = u(x)\, e^{-\frac{iEt}{\hbar}} \qquad (29)$$

dove u(x) è data dall'equazione (14) ed H dalla (22).

Sostituendo in questa il valore ricavato per l'autovalore fondamentale, si ha:

$$\psi_1(x,t) = -u(x)\, i \operatorname{sen} \frac{E}{\hbar} t = -i\, u(x) \operatorname{sen} \frac{\hbar\nu}{\hbar} t = -i\, u(x) \operatorname{sen} \omega_e t \quad (30)$$

Scegliamo in corrispondenza una soluzione reale. Essa sarà una dei due tipi equivalenti:

$$\boxed{x = R \operatorname{sen} \omega_e t} \quad \text{o} \quad \boxed{x = R \cos \omega_e t} \qquad (31)$$

in cui la costante moltiplicativa deve essere uguale al raggio dell'elettrone $R = 2.10^{-13}$ cm, in quanto si tratta di equazioni dell'oscillazione armonica.

L'equazione $(31)_2$ può ritenersi l'equazione più elementare del moto componente fondamentale dell'elettrone, o anche l'equazione di struttura più probabile dell'elettrone nella sua forma unidimensionale.

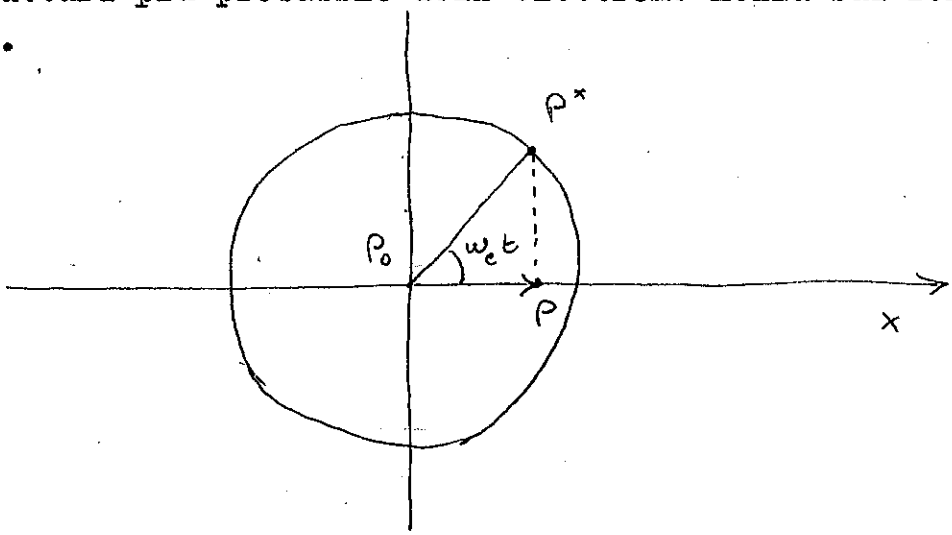

Fig. 3.

Veniamo così ad attribuire un significato fisico alla

quantità ω_e comparsa nell'analisi dell'oscillatore lineare analizzato. Essa rappresenta la velocità angolare del teorico moto rotatorio uniforme che, mediante proiezione sull'asse x, genera l'oscillazione armonica.

o o o

Restano da determinare le quantità K e Δ I.

Ricordiamo la relazione dell'autovalore λ :

$$\lambda = \frac{2E}{\hbar}\left(\frac{\Delta I}{K}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (32)$$

poiché esso deve essere adimensionale, deve necessariamente verificarsi l'equazione:

$$\lambda = 2\frac{E}{\hbar\left(\frac{K}{\Delta I}\right)^{\frac{1}{2}}} = 2\frac{E}{\hbar\nu} \qquad (33)$$

la quale, essendo nota la ν , ci conduce alla prima relazione nelle incognite K e Δ I:

$$2\pi\nu_{\#} = \omega_e = \left(\frac{K}{\Delta I}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (34)$$

Si può giungere alla stessa relazione nel seguente modo. Definiamo Δx e Δp come la radice quadrata dello scarto quadratico media dal valore probabile:

$$\Delta x = \langle x^2\rangle - \langle x\rangle^2 \qquad (35)$$

$$\Delta p = \langle p^2\rangle - \langle p\rangle^2 \qquad (36)$$

dove in particolare per qualunque funzione d'onda di un oscillatore armonico

$$\langle x\rangle = \langle p\rangle = 0 \qquad (37)$$

$$\Delta x \cdot \Delta p = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar \qquad (38)$$

L'energia totale dell'oscillatore può essere espressa in funzione di Δx e Δp mediante la relazione:

$$E_t \sim \frac{(\Delta p)^2}{\Delta I} + K(\Delta x)^2 \qquad (39)$$

Se si cerca il valore minimo di questa espressione tenendo conto delle relazioni di indeterminazione, si trova che il valore minimo di Δp è dell'ordine di $(K \Delta I \hbar)^{\frac{1}{2}}$. In conseguenza l'energia totale minima è dell'ordine di

$$E_{min} = \hbar \left(\frac{K}{\Delta I}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (40)$$

In conseguenza si riottiene la relazione (35) per il calcolo delle quantità incognite K e ΔI:

$$\frac{K}{\Delta I} = \omega_e^2 = (2\pi\nu)^2 \qquad (41)$$

Un'altra relazione necessaria ad eliminare l'indeterminazione a meno di un multiplo intero presente nella (35) ci può essere fornita dalla relazione mediante la quale si definisce il valore probabile di E:

$$\langle E \rangle = \int \bar{\psi}(\vec{r}) \left[-\frac{\hbar^2}{2\Delta I} \nabla^2 + V(\vec{r}) \right] \psi(\vec{r})\, d\tau \qquad (42)$$

che applicata nel nostro caso conduce alla relazione:

$$\int \bar{\psi}_1(x) \left[-\frac{\hbar^2}{2\Delta I} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2} K x^2 \right] \psi_1(x)\, d\tau \sim m_0 c^2 \qquad (43)$$

Se la ψ_1 risulta formata da quantità funzioni del solo tempo del tipo $a \operatorname{sen} \omega t$, $b \cos \omega t$, si ha:

$$K = \frac{2 m_0 c^2}{\int \bar{\psi}_1 x^2 \psi_1\, d\tau} \qquad (44)$$

Questa relazione sostituita in (35) da infine il valore di ΔI:

$$\Delta I = \frac{2 m_0 c^2}{(2\pi\nu)^2 \int \bar{\psi}_1 x^2 \psi_1\, d\tau} \qquad (45)$$

Si può anche calcolare K servendosi della definizione di valore probabile di potenziale e ricorrendo alle funzioni generatrici precedentemente definite:

$$\langle V \rangle_n = \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{u}_n(x) \frac{1}{2} K x^2 u_n(x)\, dx = \frac{1}{2} K \left(\frac{2n+1}{2a^2} \right) = \frac{1}{2} \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_e = \frac{1}{2} E_n \qquad (46)$$

da cui si ha il valore di K in funzione del numero quantico n:

$$K = \frac{2a^2 E_n}{2n+1} \qquad (47)$$

Dalla (46) si vede anche che l'energia potenziale e l'energia cinetica media sono eguali alla metà dell'energia totale per qualunque valore di n, analogamente a quanto avviene per l'oscillatore classico.

Il caso tridimensionale.

Se la funzione d'onda $\psi(\vec{r},t)$ generale dell'elettrone ha una distribuzione spaziale, in corrispondenza del potenziale V(x) del caso unidimensionale, dobbiamo considerare il potenziale $V(\vec{r})$ dato dalla relazione:

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{2} K (x^2 + y^2 + z^2) \qquad (48)$$

e l'equazione d'onda di Schrödinger assume la forma:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2\Delta I} \nabla^2 \psi + \frac{1}{2} K (x^2+y^2+z^2)\psi \qquad (49)$$

Poiché il campo di forze resta centrale, la ψ sarà sempre del tipo armonico, e quindi è possibile separare le variabili x, y, z dalla t, con la relazione $\psi(\vec{r},t) = u(\vec{r})\, f(t)$. In conseguenza si hanno, con un procedimento analogo a quello eseguito per il caso unidimensionale, le due equazioni:

$$\begin{cases} \dfrac{i\hbar}{f} \dfrac{df}{dt} = E & (50) \\[2ex] \dfrac{1}{u}\left[-\dfrac{\hbar^2}{2\Delta I} \nabla^2 u + V(\vec{r})\, u \right] = E & (51) \end{cases}$$

dove l'autovalore E in questo caso è comprensivo anche dell'energia localizzata secondo lo spin dell'elettrone. La prima di queste equazioni si può integrare facilmente avendo il valore di f(t):

$$f(t) = C\, e^{-\frac{iEt}{\hbar}} \qquad (52)$$

e scegliendo anche in questo caso la costante C in modo da normalizzare la u, si giunge alla seguente soluzione particolare dell'equazione d'onda (49):

$$\psi(\vec{r}, t) = u(\vec{r})\, e^{-\frac{iEt}{\hbar}} \qquad (53)$$

o o o

Se è conosciuta la funzione d'onda ψ ad un istante particolare, è possibile seguendo un metodo noto raggiungere una espressione formale della soluzione generale dell'equazione d'onda in ψ ad un istante qualunque.

Sviluppiamo la $\psi(\vec{r}, t)$ in serie di autofunzioni dell'energia ad un istante qualunque t; in questo caso i coefficienti dello sviluppo dipenderanno dal tempo:

$$\psi(\vec{r}, t) = \sum_E A_E(t)\, u_E(\vec{r}) \quad ; \quad A_E(t) = \int \bar{u}_E(\vec{r})\, \psi(\vec{r}, t)\, d\tau \qquad (54)$$

Sostituendo queste espressioni nell'equazione d'onda (49) si ha:

$$i\hbar \sum_E u_E(\vec{r}) \frac{d}{dt} A_E(t) = \sum_E A_E(t)\, E\, u_E(\vec{r}) \qquad (55)$$

la quale equazione, in virtù dell'ortonormalità di u_E, è equivalente all'altra:

$$i\hbar \frac{d}{dt} A_E(t) = E\, A_E(t) \qquad (56)$$

che integrata da:

$$A_E(t) = A_E(t_0)\, e^{-\frac{iE(t-t_0)}{\hbar}} \qquad (57)$$

dove il termine $|A_E(t)|^2 = |A_E(t_0)|^2$ è costante rispetto al tempo in quanto è uguale alla funzione di probabilità dell'energia P(E). Pertanto se è nota la $\psi(\vec{r}, t)$ all'istante $t = t_0$, la soluzione ad un istante qualunque t si ottiene dalle equazioni (54) e (57):

$$\psi(\vec{r},t) = \sum_E A_E(t_0)\, e^{-\frac{iE(t-t_0)}{\hbar}}\, u_E(\vec{r}) \qquad (58)$$

$$A_E(t_0) = \int \bar{u}_E(\vec{r}\,')\, \psi(\vec{r}\,', t_0)\, d\tau' \qquad (59)$$

cioè

$$\boxed{\psi(\vec{r},t) = \int \left[\sum_E \bar{u}_E(\vec{r}\,')\, u_E(\vec{r})\, e^{-\frac{iE(t-t_0)}{\hbar}} \right] \psi(\vec{r}\,', t_0)\, d\tau'} \qquad (60)$$

Questa espressione rappresenta la cercata funzione d'onda generale dell'elettrone soluzione dell'equazione (49). Essa risulta essere una combinazione lineare delle soluzioni a variabili separate (53) precedentemente ottenute, e quindi in definitiva si può considerare generata da una combinazione lineare di equazioni del tipo (31) e delle analoghe per l'asse y e per l'asse z.

o o o

Per poter analizzare la funzione d'onda ancora incognita ψ_2 e giungere ad un suo probabile significato fisico consideriamo alcune particolarizzazioni della soluzione (60) relativa alla funzione d'onda generale.

Abbiamo già visto che nel caso unidimensionale la funzione d'onda ψ_2 è assente. Di conseguenza siamo indotti a ritenere che essa compare solo quando la funzione d'onda fondamentale ψ_1 per effetto di urti o di moti componenti secondari abbandona la sua direzione di oscillazione per assumere una localizzazione a più di una dimensione. Analizziamo i due casi che successivamente si possono presentare: quando la $\psi(\vec{r},t)$ generale si localizza in tutto l'interno della circonferenza di raggio R (caso bidimensionale), e quando si localizza in tutto l'interno della sfera di raggio R (caso tridimensionale).

Supponiamo in primo luogo che le componenti della funzione

$\psi(\vec{r},t)$ lungo l'asse z. In base alla soluzione generale (60) una pos ibile soluzione particolare dell'equazione di struttura dell'elettro e può essere formata da una combinazione lineare di equazioni del ti o (31). Prendiamo in considerazione la seguente soluzione particola= e:

$$\begin{cases} x = a\cos(\alpha_1 t + \vartheta_1) + b\cos(\alpha_2 t + \vartheta_2) \\ y = c\cos(\alpha_3 t + \vartheta_3) \end{cases} \qquad (61)$$

sa può essere messa nella forma

$$\begin{cases} x = R\cos(\omega_c t + \vartheta_1) + R\cos(\bar{\omega} t + \vartheta_2) \\ y = R\,\mathrm{sen}(\bar{\omega} t + \vartheta_2) \end{cases} \qquad (62)$$

rivando si ha:

$$\begin{cases} \dot{x} = -R\omega_c\,\mathrm{sen}(\omega_c t + \vartheta_1) - R\bar{\omega}\,\mathrm{sen}(\bar{\omega} t + \vartheta_2) \\ \dot{y} = R\bar{\omega}\cos(\bar{\omega} t + \vartheta_2) \end{cases} \qquad (63)$$

Se analizziamo l'equazione raggiunta, poiché essa è nelle com nenti del vettore $\vec{v}$, possiamo pensarla come ottenuta dalla somma del le seguenti due

$$\text{d}\begin{cases} \dot{x} = -R\omega_c\,\mathrm{sen}(\omega_c t + \vartheta_1) \\ \dot{y} = 0 \end{cases} ; \quad \dot{M}_2 \begin{cases} \dot{x} = -R\bar{\omega}\,\mathrm{sen}(\bar{\omega} t + \vartheta_2) \\ \dot{y} = R\bar{\omega}\cos(\bar{\omega} t + \vartheta_2) \end{cases} \qquad (64)$$

Ora possiamo facilmente riconoscere nella prima la funzione d'on a più probabile dell'elettrone nella sua forma unidimensionale (31), nella seconda l'equazione di un moto rotatorio uniforme attorno all'as e z di velocità angolare $\bar{\omega}$ e di fase iniziale ϑ_2.

Generalizzando, possiamo giungere ad una prima interpretazio=

ne fisica della funzione f'onda $\psi_2(\vec{r}, t)$; infatti siamo indotti a ritenere, ricordando che essa non compare nel caso unidimensionale, che essa generi la distribuzione spaziale della funzione d'onda fondamentale $\psi_1(\vec{x}, t)$ mediante tutta una serie di moti rotatori componenti istantanei o uniformi che nel caso piano si riducono ad uno solo (inteso come risultante o meno di più moti rotatori componenti tutti attorno allo stesso asse). In definitiva, mentre la funzione d'onda fondamentale vede la sua natura nell'oscillazione armonica, la funzione d'onda $\psi_2(\vec{r}, t)$ vede la sua natura in moti rotatori componenti secondari.

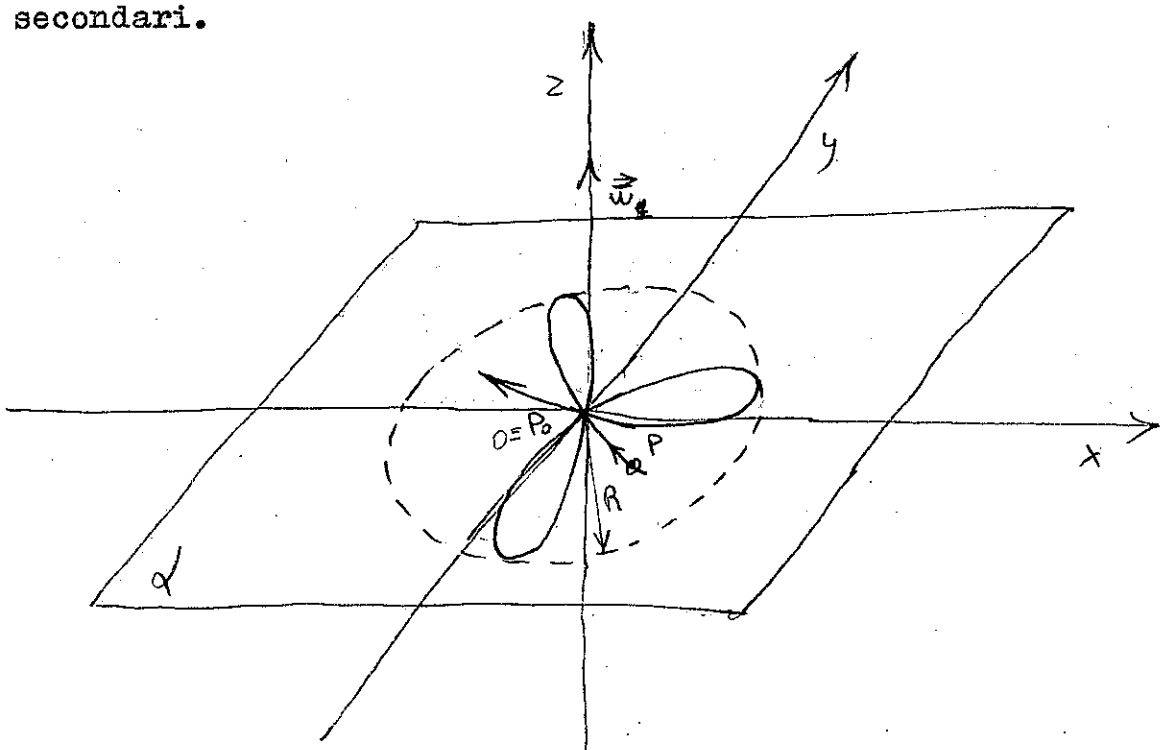

Fig. 4.

Se rappresentiamo graficamente l'equazione (63) otteniamo un particolare tipo di moto a rosetta centrato secondo quanto illustra la fig. 4. L'oscillazione armonica, originariamente diretta solo secondo l'asse x, per effetto di un urto viene a comporsi con un moto rotatorio secondo un asse perpendicolare alla sua direzione di oscillazione per x = 0. In conseguenza del moto componente secondario l'oscillazione fondamentale viene così a distribuirsi nel corso del tempo in tutto l'interno della circonferenza di raggio R, generando un ente che ha una localizzazione piana.

L'equazione (63) può in definitiva ritenersi come l'equazione di struttura più probabile dell'elettrone nella sua forma piana, e la fig. 4 ne dà in corrispondenza lo schema. Essa è una particolarizzazione dell'equazione d'onda generale dell'elettrone relativamente al caso piano e risulta formata dalla funzione d'onda fondamentale ψ_1, che si localizza secondo un oscillazione armonica, e dalla funzione d'onda secondaria $\psi_2(\vec{r}, t)$, che si localizza mediante un moto rotatorio componente attorno ad un asse perpendicolare a quello di oscillazione.

o o o

A riprova della interpretazione data alla funzione d'onda $\psi_2(\vec{r}, t)$ consideriamo il caso in cui la $\psi(\vec{r}, t)$ generale abbia una distribuzione spaziale, ossia presenti delle componenti secondo tutti e tre gli assi di riferimento.

In base all'equazione (60) possiamo affermare che una una soluzione particolare dell'equazione di struttura dell'elettrone può essere la seguente:

$$\begin{cases} x = a \cos(\alpha_1 t + \theta_1) + b \cos(\alpha_2 t + \theta_2) \\ y = c \cos(\alpha_3 t + \theta_3) + d \cos(\alpha_4 t + \theta_4) \\ z = e \cos(\alpha_5 t + \theta_5) \end{cases} \qquad (65)$$

che può essere messa nella forma:

$$\begin{cases} x = R \cos(\omega_e t + \theta_1) + R \cos(\bar{\omega}_1 t + \theta_2) \\ y = R \operatorname{sen}(\bar{\omega}_1 t + \theta_2) + R \cos(\bar{\omega}_2 t + \theta_3) \\ z = R \operatorname{sen}(\bar{\omega}_2 t + \theta_3) \end{cases} \qquad (66)$$

Derivando si ha:

$$\begin{cases} \dot{x} = -R\omega_e \operatorname{sen}(\omega_e t + \theta_1) - R\bar{\omega}_1 \operatorname{sen}(\bar{\omega}_1 t + \theta_2) \\ \dot{y} = R\bar{\omega}_1 \cos(\bar{\omega}_1 t + \theta_2) - R\bar{\omega}_2 \operatorname{sen}(\bar{\omega}_2 t + \theta_3) \\ \dot{z} = R\bar{\omega}_2 \cos(\bar{\omega}_2 t + \theta_3) \end{cases} \qquad (67)$$

Questa equazione, essendo nelle componenti della velocità v ,può facilmente pensarsi come ottenuta dalla somma delle seguenti tre:

$$\dot{M}_a \begin{cases} \dot{x} = -R\omega_e \operatorname{sen}(\omega_e t + \theta_1) \\ \dot{y} = 0 \\ \dot{z} = 0 \end{cases} ; \quad \dot{M}_{r_1} \begin{cases} \dot{x} = -R\bar{\omega}_1 \operatorname{sen}(\bar{\omega}_1 t + \theta_2) \\ \dot{y} = R\bar{\omega}_1 \cos(\bar{\omega}_1 t + \theta_2) \\ \dot{z} = 0 \end{cases} \qquad (68)$$

$$\dot{M}_{r_2} \begin{cases} \dot{x} = 0 \\ \dot{y} = -R\bar{\omega}_2 \operatorname{sen}(\bar{\omega}_2 t + \theta_3) \\ \dot{z} = R\bar{\omega}_2 \cos(\bar{\omega}_2 t + \theta_3) \end{cases}$$

Di queste la prima è l'equazione fondamentale (31) dell'oscillazione armonica caratteristica dell'elettrone, mentre le rimanenti due sono le equazioni di due moti rotatori componenti l'uno attorno all'asse z e l'altro attorno all'asse x di velocità angolari e fasi iniziali rispettivamente $\bar{\omega}_1, \theta_2$ e $\bar{\omega}_2, \theta_3$. In definitiva l'equazione (67) può pensarsi ottenuta dall'equazione (63) più un moto rotatorio componente attorno ad un asse passante per P_0 contenuto nel piano (xy) che trasforma la localizzazione piana dell'equazione (67) in una distribuzione spaziale.

L'ente rappresentato dall'equazione (67) ripresenta in prima approssimazione gli aspetti classici dell'elettrone che sono quelli di una entità corpuscolare contenuta in una ben definita sfera di raggio $R = 2.10^{-13}$ cm. Infatti le velocità angolari ω_e, $\bar{\omega}_1$ e $\bar{\omega}_2$ che compaiono nella (67) sono, come vedremo in seguito, elevatissime , per cui lo spazio contenuto nella sfera di raggio R descritta dalla funzione d'onda $\psi(\vec{r}, t)$ è in pratica impenetrabile per un fenomeno analogo a quello delle vibrazioni delle lamine ad altissima frequenza: l'oscillazione armonica fondamentale, in conseguenza degli elevati valori delle velocità angolari dei moti rotatori componenti, in pratica viene ad essere contemporaneamente presente in ogni direzione di una stella di rette passanti per P_0, venendo a determinare nel corso del tempo un ente compatto e ben definito.

o o o

Pur mantenendo ad una prima approssimazione gli aspetti classici della particella, si è così giunti ad una concezione dinamica sulla struttura dell'elettrone secondo la quale la sua energia di quiete m_0c^2 costituisce l'autovalore fondamentale di un'autofunzione $\psi(\vec{r}, t)$ composta nei suoi casi più particolari di un moto armonico fondamentale di ampiezza costante R e di frequenza $1,25.10^{20}$ sec^{-1} e di molteplici moti componenti secondari, il tutto corrispondente rispettivamente ad una funzione d'onda essenziale ψ_1 e ad una funzione d'onda secondaria ψ_2 .

Vediamo ora se questa concezione, affinché sia attendibile, permette di interpretare in modo soddisfacente i principali dati sperimentali conosciuti sulla particella in esame: comportamento ondulatorio, spin, indeterminazione, nascita e meccanismo d'azione delle forze presenti nel suo intorno, annichilamento, ecc. ecc.

Il comportamento ondulatorio.

E' noto che l'elettrone, se dotato di velocità di traslazione v, presenta un comportamento ondulatorio perfettamente analogo a quello delle onde elettromagnetiche, manifestando di avere tutte le caratteristiche proprie dell'onda, come ampiezza, lunghezza d'onda e frequenza (esperienza di Germer e Davisson).

Questo comportamento, allorché fu scoperto, destò un notevole stupore nell'ambiente scientifico del tempo ancora fedele alle Teorie corpuscolari sulla struttura della materia, perché assolutamente imprevedibile. Infatti era inconcepibile che una entità di aspetto corpuscolare e di ben definite dimensioni potesse presentare un comportamento ondulatorio, che è tipico delle onde elastiche.

La Fisica Moderna, pur avendo raggiunto le leggi che governano questo fenomeno e potendo oggi prevederlo con un'ottima approssimazione, non è riuscita comunque a dare una spiegazione al perché questo fenomeno si manifesta, mantenendo d'altra parte il più assoluto silenzio sulla struttura dell'elettrone stesso.

Per il punto di vista adottato nel presente lavoro sulla struttura dell'elettrone il comportamento ondulatorio della particella riceve una immediata interpretazione concettuale che ne costituisce una delle sue migliori conferme. Infatti l'elettrone non è più una non meglio identificata "entità" localizzata nell'interno di una sfera di raggio R, ma una funzione d'onda che nella sua quasi totalità è costituita da un'oscillazione armonica. Se componiamo questa oscillazione con un moto traslatorio in direzione perpendicolare a quella di oscillazione o comunque diversa, ecco che l'ente acquista tutte le caratteristiche dell'onda, ossia frequenza (che già possedeva), lunghezza d'onda ed ampiezza, potendo di conseguenza presentare senz'altro tutti i fenomeni tipici delle onde, quali diffrazione, interferenza, rifrazione, ecc. ecc.

Vediamo ora come la funzione d'onda $\psi_1(x,t)$ trovata può rappresentare la formula fondamentale della Meccanica Ondulatoria, essendo di conseguenza in pieno accordo con essa.

Un raggio luminoso, propagandosi in un mezzo con indice di rifrazione variabile nella direzione di propagazione, descrive una traiettoria curvilinea. Indicando con V la velocità di fase dell'onda, può ritenersi che l'espressione

$$\int_A^B \frac{1}{V}\, ds \qquad (69)$$

costruita lungo la traiettoria effettiva è un estremo. Ciò significa che la somma delle quantità 1/V ds per le traiettorie variate ha un valore vicinissimo a quello relativo alla traiettoria effettiva:

$$\delta \int_A^B \frac{1}{V}\, ds = 0 \qquad (70)$$

D'altra parte, connesso col moto del quanto luminoso vi è un impulso dato dalla nota espressione:

$$I = \frac{h\nu}{c} \qquad (71)$$

dalla quale si ricava:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{h}{I} \qquad (72)$$

Il De Broglie, dalla analogia esistente fra l'espressione (69) e quella del Principio di Maupertius per il moto delle masse materiali, ebbe modo di postulare che i corpuscoli materiali presentassero in conseguenza anch'essi una espressione analoga alla (72). Egli in breve postulò che ad ogni moto di un corpuscolo materiale sia associata un'onda di lunghezza d'onda data dalla relazione (dove v' indica la velocità del corpuscolo):

$$\lambda = \frac{h}{I} = \frac{h}{\mu_0 v'} \qquad (73)$$

Vediamo ora come può ricavarsi questa espressione alla luce della esposta concezione sulla struttura dell'elettrone.

Dalla espressione (18) relativa all'autovalore dello stato fondamentale può ricavarsi il periodo di oscillazione dell'oscillatore lineare costituente la funzione d'onda fondamentale ψ_1. Infatti:

$$m_0 c^2 = h\nu = \frac{h}{T} \quad , \text{ da cui } \quad T = \frac{h}{m_0 c^2} \qquad (74)$$

Sia V la velocità di fase dell'onda associata all'elettrone in moto. Per definizione la lunghezza d'onda è data dal prodotto della velocità di propagazione per il periodo T di oscillazione:

$$\lambda = VT \qquad (75)$$

Sostituendo in questa espressione il valore (74) per il periodo T si ha:

$$\lambda = \frac{Vh}{m_0 c^2} \qquad (76)$$

Ricordando poi la relazione esistente fra la velocità di fase V e la velocità di propagazione v' del corpuscolo

$$V v' = c^2, \qquad (77)$$

si ricava:

$$V = \frac{c^2}{v'} \qquad (78)$$

che, sostituita nella (76), conduce all'espressione:

$$\lambda = \frac{Vh}{m_0 c^2} = \frac{h}{m_0 v'} = \frac{h}{I} \qquad (79)$$

ossia si ha in definitiva per la lunghezza d'onda dell'onda associata alla funzione ψ_1 in moto una espressione coincidente con la formula fondamentale della Meccanica Ondulatoria.

Questa formula ha avuto, come è noto, piena conferma sperimentale che naturalmente ora contribuisce ad avvalorare l'esposta concezione sulla struttura dell'elettrone. Essa fu verificata prima con un dispositivo realizzato da Germer e Davisson analogo a quello usato da Bragg per i raggi X, ed in un secondo tempo fu verificata anche da G. Thomson con un dispositivo analogo a quello usato da Debye e Scherrer sempre per i raggi X. A titolo informativo si ricorda che la formula (79) per velocità dell'elettrone dell'ordine di 10^9 cm/sec dà una lunghezza d'onda dell'ordine di 10^{-8} cm, ossia dell'ordine di grandezza di quella dei raggi X.

Lo spin.

In questa prima trattazione elementare ci limitiamo a dare solo risultati qualitativi nei riguardi dello spin dell'elettrone, rimandando ad un altro lavoro tutti i calcoli e gli sviluppi matematici peraltro inutili per una prima visione d'insieme del problema affrontato.

Concettualmente l'interpretazione dello spin dell'elettrone è già stata raggiunta. Infatti abbiamo visto che la funzione d'onda generale dell'elettrone $\psi(\vec{r},t)$ può considerarsi nelle sue forme più probabili composta da una funzione d'onda fondamentale ψ_1, localizzata secondo un'oscillazione armonica, e da una funzione d'onda secondaria ψ_2 che vede la sua natura in moti rotatori componenti mediante i quali determina la distribuzione spaziale della ψ_1.

I moti rotatori componenti sono giustificabili d'altra parte anche da un punto di vista dinamico. Infatti l'elettrone, come è noto, risponde al 1° Principio della Dinamica, ossia una volta composto con un determinato moto, lo conserva indefinitamente, finché non intervengono cause esterne atte a turbare lo stato dinamico. Di conseguenza l'oscillatore lineare costituente la parte fondamentale dell'elettrone, una volta subito un urto, si compone con un moto rotatorio attorno ad un asse perpendicolare alla sua direzione di oscillazione secondo l'equazione (63), conservandolo indefinitamente. Se a sua volta la funzione d'onda piana (63) subisce un urto, si compone con un secondo moto rotatorio attorno ad un asse del piano (xy) per P_0, conservandolo anch'esso indefinitamente. E così via.

Il concetto di spin viene quindi associato ai moti rotatori componenti presenti nella funzione d'onda generale $\psi(\vec{r},t)$ dell'elettrone, o più in particolare alla funzione d'onda secondaria ψ_2.

Vediamo comunque di analizzare il problema da un punto di vista matematico per vedere se effettivamente la funzione d'onda generale dell'elettrone e la corrispondente equazione di struttura (49) possono contemplare un momento angolare.

Poiché siamo nel caso di potenziale a simmetria sferica do

vuto a forze centrali è possibile separare le variabili nell'equazione d'onda (49). Allora l'equazione

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2AI} \nabla^2 + \frac{1}{2} k(x^2+y^2+z^2) \right] u(\vec{r}) = E\, u(\vec{r}) \qquad (80)$$

è senz'altro lecita e può essere espressa in coordinate sferiche:

$$-\frac{\hbar^2}{2AI}\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \operatorname{sen}\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\operatorname{sen}\theta \frac{\partial}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2 \operatorname{sen}^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}\right] u + V(r)\, u = E u \qquad (81)$$

Considerando solo le soluzioni armoniche, possiamo separare la parte radiale da quella angolare , avendo:

$$u(r,\theta,\varphi) = R(r)\, Y(\theta,\varphi) \qquad (82)$$

Questa espressione, sostituita nella (81) e dividendo per u, conduce a due termini ciascuno funzione solo di una variabile i quali debbono essere singolarmente uguali ad una costante λ . Si ottiene così l'equazione radiale

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2 \frac{dR}{dr}\right) + \left\{ \frac{2AI}{\hbar^2}\left[E - V(r)\right] - \frac{\lambda}{r^2} \right\} R = 0 \qquad (83)$$

e l'equazione angolare

$$\frac{1}{\operatorname{sen}\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\operatorname{sen}\theta \frac{\partial Y}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{\operatorname{sen}^2\theta}\frac{\partial^2 Y}{\partial \varphi^2} + \lambda Y = 0 \qquad (84)$$

Nell'equazione angolare si possono ulteriormente separare le variabili ponendo $Y(\theta,\varphi) = \Theta(\theta)\,\Phi(\varphi)$ e col procedimento analogo al precedente, ponendo ν una costante, si ottiene:

$$\frac{d^2\Phi}{d\varphi^2} + \nu\,\Phi = 0 \qquad (85)$$

$$\frac{1}{\operatorname{sen}\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\operatorname{sen}\theta \frac{d\Theta}{d\theta}\right) + \left(\lambda - \frac{\nu}{\operatorname{sen}^2\theta}\right)\Theta = 0 \qquad (86)$$

L'equazione per la φ si risolve immediatamente avendo:

$$\Phi(\varphi) = A\, e^{i\nu^{\frac{1}{2}}\varphi} + B\, e^{i\nu^{\frac{1}{2}}\varphi} \qquad \nu \neq 0$$

$$\Phi(\varphi) = A + B\varphi \qquad \nu = 0 \qquad (87)$$

che per $\nu = m^2$, ed m qualunque, può assumere l'espressione unica

$$\Phi_m = K\, e^{im\varphi} \qquad (88)$$

dove $K = (2\pi)^{-\frac{1}{2}}$ affinché $\int \Phi_m(\varphi)\, d\varphi = 1$

Nel caso che $\lambda = \ell(\ell+1)$, con $l \geqslant 0$ numero quantico azimutale e $|m| \leqslant l$, servendosi delle funzioni associate di Legendre, si può calcolare la parte angolare $Y_{\ell m}(\theta,\varphi)$ della funzione d'onda completa (risoluzione sferica di superficie), avendo in definitiva:

$$Y_{\ell m}(\theta,\varphi) = N_{\ell m}\, P_\ell^m(\cos\theta)\, \Phi_m(\varphi) \qquad (89)$$

dove $\Phi_m(\varphi)$ è il valore dato dalla (88) ed N_{lm} è la costante di normalizzazione per le funzioni associate di Legendre.

Premesso questo, l'equazione radiale (83) può mettersi in una forma simile a quella del moto unidimensionale ponendo

$$R(\vec{r}) = \frac{\chi(\vec{r})}{r} \qquad (90)$$

L'equazione per la nuova funzione radiale diviene allora:

$$-\frac{\hbar^2}{2\Delta I}\frac{d^2\chi}{dr^2} + \left[V(\vec{r}) + \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2\Delta I\, r^2} \right]\chi = E\chi \qquad (91)$$

Il moto radiale della porzione di mezzo $\Delta\varphi$ è quindi simile ad moto unidimensionale della stessa porzione soggetta al potenziale:

$$V(\vec{r}) + \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2\Delta I\, r^2} = \frac{1}{2}k(x^2+y^2+z^2) + \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2\Delta I\, r^2} \qquad (92)$$

E' facile vedere che il secondo termine della (92) può mettersi in relazione col momento angolare. Basta porre, essendo $\vec{M} = \vec{r} \wedge \vec{p}$,

$$M = [l(l+1)]^{\frac{1}{2}} \hbar \qquad (93)$$

Infatti una particella classica di massa m e di momento angolare $\vec{M}$ possiede una velocità angolare $\vec{\omega} = \frac{\vec{M}}{\mu r^2}$ se $|\vec{r}|$ è la sua distanza dall'asse di rotazione. Per mantenere la particella in orbita è quindi necessaria una forza attrattiva

$$\mu \vec{r} \omega^2 = \frac{M^2}{\mu r^3} \qquad (94)$$

la quale può essere data nel nostro caso solo dal potenziale $V(\vec{r})$, e perciò a quest'ultimo va aggiunto un potenziale centrifugo $\frac{M^2}{2\Delta I r^2}$.

Le componenti del vettore assiale $\vec{M}$ sono date da

$$\begin{aligned} M_x &= -i\hbar\left(y\frac{\partial}{\partial z} - z\frac{\partial}{\partial y}\right) \\ M_y &= -i\hbar\left(z\frac{\partial}{\partial x} - x\frac{\partial}{\partial z}\right) \\ M_z &= -i\hbar\left(x\frac{\partial}{\partial y} - y\frac{\partial}{\partial x}\right) \end{aligned} \qquad (95)$$

le quali in coordinate sferiche diventano

$$\begin{aligned} M_x &= i\hbar\left(\operatorname{sen}\varphi\frac{\partial}{\partial\theta} + \operatorname{cotg}\theta\cdot\cos\varphi\frac{\partial}{\partial\varphi}\right) \\ M_y &= i\hbar\left(-\cos\varphi\frac{\partial}{\partial\theta} + \operatorname{cotg}\theta\operatorname{sen}\varphi\frac{\partial}{\partial\varphi}\right) \\ M_z &= -i\hbar\frac{\partial}{\partial\varphi} \end{aligned} \qquad (96)$$

l'operatore definito come il quadrato del momento angolare $\vec{M}$ è:

$$\vec{M}^2 = M_x^2 + M_y^2 + M_z^2 = -\hbar^2\left[\frac{1}{\operatorname{sen}\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\operatorname{sen}\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{\operatorname{sen}^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right] \qquad (97)$$

paragonando questa espressione alla (84) si vede che $Y_{lm}(\theta,\varphi)$ è una autofunzione dell'operatore $\vec{M}^2$ corrispondente all'autovalore $l(l+1)\hbar^2$

$$\vec{M}^2 Y_{lm}(\theta,\varphi) = l(l+1)\hbar^2 Y_{lm}(\theta,\varphi) \qquad (98)$$

In maniera analoga si vede che $\Phi_m(\varphi)$, e quindi anche $Y_{lm}(\theta,\varphi)$, è una autofunzione di M_z corrispondente all'autovalore $m\hbar$:

$$M_z Y_{lm}(\theta,\varphi) = m\hbar\, Y_{lm}(\theta,\varphi) \qquad (99)$$

Concludendo, la separazione delle variabili nella equazione di struttura (49) dell'elettrone, lecita nel nostro caso perché si ha un campo di forze centrali, conduce a funzioni d'onda che sono contemporaneamente autofunzioni anche del momento angolare totale della particella e della sua proiezione lungo l'asse polare, mostrando che il punto di vista adottato sulla struttura dell'elettrone è senz'altro comprensivo dello spin della particella.

Il Principio di Indeterminazione.

Ricordiamo il fondamentale principio di indeterminazione di Heisenberg:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \gtrsim \hbar \qquad (100)$$

Esso precisa che non possiamo conoscere con esattezza contemporaneamente le componenti del vettore $\vec{r}$ e di $\vec{p}$ di una particella elementare, e che il prodotto delle relative indeterminazioni è all'incirca uguale ad $\hbar$. Questo Principio, al suo nascere, generò un malessere nei pensatori del tempo perché significava la rinuncia alla possibilità di rilevare con esattezza le particelle costituenti l'infinitamente piccolo, contro quanto lasciava prevedere la fisica classica.

Questo malessere, già ridotto di molto nella fisica contemporanea con le concezioni dualistiche sulla struttura della materia, scompare definitivamente per l'elettrone se applicato alla concezione proposta sulla sua struttura. Infatti, mentre per le antiche teorie sulla struttura della materia l'elettrone era una entità tri

dimensionale ponderabile dotata di caratteristiche e dimensioni costanti nel tempo, per la concezione proposta l'elettrone è una entità dotata di struttura profondamente dinamica, ossia un livello energetico interamente attuale che acquista la sua determinazione solo nel corso del tempo : all'istante t la particella perde il suo aspetto di entità tridimensionale, perché la porzione di mezzo $\Delta\varphi$, che col suo moto determina l'ente, ad un determinato istante si trova semplicemente spostata dalla sua posizione di quiete della quantità $|\vec{r}|$. E' solo al variare del tempo che la funzione d'onda $\psi(\vec{r},t)$, descrivendo la porzione di spazio contenuta nella sfera di raggio R, viene a determinare un ente dotato di quelle caratteristiche che noi rileviamo.

Il principio di indeterminazione non appare quindi più problematico per questa concezione, ma si intera perfettamente con essa, esistendo già una indeterminazione sulla struttura della particella in esame.

Una volta poi conosciute le formule di struttura, siamo in grado di precisare ulteriormente il problema. Infatti l'ascissa x che compare nella (100) è riferita al centro dell'elettrone. Nel nostro caso invece, oltre al problema di determinare ad un dato istante la posizione del centro dell'elettrone, vi è quello più importante di determinare la posizione della porzione $\Delta\varphi$ sempre allo stesso istante.

Consideriamo il caso unidimensionale. Supponiamo che un elettrone si muova su di un asse r .

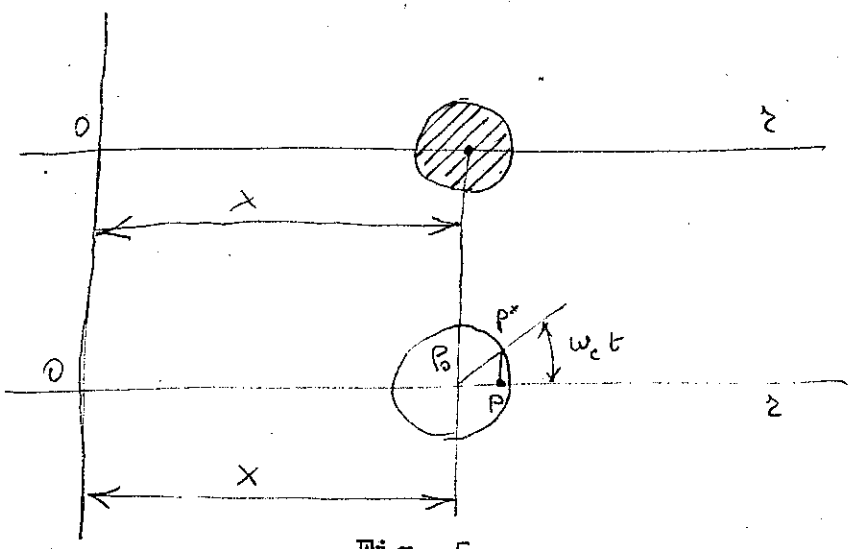

Fig. 5.

Mentre per la meccanica quantistica contemporanea si presenta solo il problema di determinare all'istante t la distanza del centro dell'elettrone dall'origine, per la funzione d'onda (31), oltre a questo problema, vi è quello di determinare la posizione del punto P, che col suo moto localizza l'autovalore m_0c^2, sempre all'istante t. In corrispondenza avremo, applicando la relazione (31), le due relazioni di indeterminazione:

$$\Delta x \cdot \Delta p \gtrsim \hbar \qquad (101)$$

$$\Delta (x + R \cos \omega_e t) \cdot \Delta p \gtrsim \hbar \qquad (102)$$

Ci accorgiamo subito che per valori non sufficienti del tempo le due equazioni (101) e (102) sono praticamente coincidenti, per l'elevato valore di ω_e. Infatti, se facciamo la media temporale relativamente al tempo T della quantità $x + R \cos \omega_e t$, otteniamo:

$$\frac{1}{T} \int_0^T (x + R \cos \omega_e t)\, dt = x + \frac{R}{T} \int_0^T \cos \omega_e t \, dt \qquad (103)$$

ossia di nuovo la coordinata x di Heisenberg, più la quantità $\frac{R}{T} \int_0^T \cos \omega_e t \, dt$ per la quale, affinché si abbiano contributi diversi da zero, il tempo T deve essere dell'ordine di $\frac{1}{\omega_e}$ ossia di 10^{-20} sec.

In definitiva, per tutti i valori del tempo comunemente usati nella fisica d'oggi il rilevamento delle coordinate del centro dell'elettrone conduce agli stessi risultati di quello delle coordinate del punto P variabile secondo la funzione d'onda $\psi(\vec{r}, t)$; ma se un giorno si potrà scendere a valori del tempo sufficientemente piccoli, i due calcoli divergeranno, ed in particolare il valore assoluto della differenza fra i due valori in esame sarà sempre minore o uguale ad $R = 2.10^{-13}$ cm.

Formula generale del livello energetico dell'elettrone.

L'energia totale di un elettrone in quiete nella sua forma unidimensionale è data dalla somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale secondo la relazione:

$$E_0 = \frac{(\Delta p)^2}{\Delta I} + K(\Delta x)^2 \qquad (104)$$

che corrisponde per l'oscillatore classico all'espressione:

$$E_0 = \frac{1}{2}\Delta I v^2 + \frac{1}{2}Kx^2 \qquad (105)$$

dove V è la velocità di ΔI all'istante t, x la relativa ascissa lungo l'asse di oscillazione e K la forza elastica di richiamo. Poiché l'oscillazione armonica costituisce la parte essenziale della funzione d'onda generale dell'elettrone, l'energia E_0 la chiameremo l'energia fondamentale e la indicheremo con E_{osc}.

Se l'elettrone è nella sua forma bidimensionale, la sua energia totale è data dall'energia di oscillazione E_{osc} più l'energia localizzata secondo il moto rotatorio componente che, poiché dovuta ad un moto componente secondario, può considerarsi come un incremento dell'energia fondamentale:

$$E_T = E_{osc} + \Delta E_{rot} \qquad (106)$$

ΔE_{rot} corrisponde alla quantità $\frac{1}{2}I'\omega^2$ del caso classico, dove I' è il momento d'inerzia dell'elettrone. In corrispondenza della formula (105) si ha quindi la seguente:

$$E_T = \frac{1}{2}Kx^2 + \frac{1}{2}\Delta I v^2 + \frac{1}{2}I'\omega^2 \qquad (107)$$

Analogamente, se l'elettrone è nella sua forma sferica con n moti rotatori componenti, si hanno in corrispondenza n incrementi dell'energia fondamentale, per cui l'espressione del livello energetico della particella diviene:

$$E_T = E_{osc} + \sum_1^n{}_i \Delta E^i_{rot} \qquad (108)$$

Se l'elettrone corrispondente al livello energetico (108) viene a sua volta composto con m ulteriori moti secondari circolari o traslatori, in corrispondenza avremo altri m incrementi dei rispettivi livelli energetici parziali della particella. In definitiva l'energia totale di un elettrone in qualsiasi stato dinamico si trovi è data dall'espressione:

$$E_T = E_{osc} + \sum_1^\alpha{}_i \Delta E^i_{sec} \qquad (109)$$

in cui E_{osc} corrisponde al livello energetico m_0c^2 diminuito dell'energia localizzata secondo lo spin della particella, e le quantità ΔE^i_{sec} vanno calcolate rispetto ai livelli energetici parziali ai quali sono applicate e nell'ordine col quale si susseguono con metodi (a seconda del caso) quantistici, relativistici o classici già conosciuti. Ad es. l'incremento ΔE_{trasl} di un moto traslatorio relativo ad un livello energetico di quiete E^o_T è dato dalla relazione relativistica:

$$\Delta E_{trasl} = E^0_T \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \qquad (110)$$

Come esempio pratico applichiamo la formula (109) al calcolo del livello energetico totale di un elettrone di un atomo di idrogeno dotato di velocità di traslazione v. Supponiamo che per questo elettrone la funzione d'onda secondaria ψ_2 sia localizzata con 2 soli moti rotatori componenti. Allora nell'espressione del livello energetico totale della particella avremo l'energia fondamentale E_{osc} più due incrementi di questa energia dovuti ai due moti rotatori componenti, più un incremento di energia dovuto al moto circolare orbitale, più infine un incremento di energia dovuto al moto traslatorio, calco

lando ciascun incremento rispetto al proprio livello energetico parziale a cui è applicato e nell'ordine col quale si susseguono.

o o o

Ricordando l'ipotesi fondamentale per la quale l'elettrone è un livello energetico interamente attuale, la formula (109) ci permette di raggiungere una espressione analitica sulla massa dell'elettrone; infatti, essendo $E = m\,c^2$, si ha:

$$m = \frac{1}{c^2}\left(E_{ose} + \sum_{1}^{\alpha} i\,\Delta E^{i}_{sec}\right) \qquad (111)$$

dove m è la massa dell'elettrone in qualunque stato dinamico si trovi perché nella sommatoria sono considerati tutti i possibili moti di cui la particella può essere dotata, oltre a quelli interni.

L'equazione (111) ci permette di precisare il comportamento dinamico dell'elettrone. Infatti esso ci dice che l'inerzia dinamica dell'elettrone, misurata ora numericamente dalla massa, è direttamente proporzionale al livello energetico totale della particella secondo il coefficiente $1/c^2$.

In particolare la formula (111) ci dice che quando si sposta un elettrone, non si muove assolutamente nulla di pieno o di ponderabile, ma si trasmettono i suoi moti componenti da alcuni punti dello spazio ad altri con continuità nel senso del moto. La porzione di spazio $\Delta\varphi$ che col suo moto localizza l'autovalore m_0c^2 è quindi sempre la stessa solo nel caso della quiete assoluta, mentre in pratica rappresenta una porzione di spazio continuamente variabile in funzione del moto della particella. La modificazione dello spazio costituente l'elettrone è così dotata della proprietà di costituire un sistema inerziale in ogni singolo stadio componente; dall'oscillazione armonica alle sue forme più composte. Ossia la modificazione dello spazio costituente l'elettrone ha la ~~proprietà di~~ tendenza di rimanere applicata agli stessi punti dello spazio nel caso della quiete assoluta, ed a trasmettersi con velocità costante e con continuità ad altri punti dello spazio nel senso del moto, nel caso dinamico, finché non intervengono cause esterne atte a turbare lo stato inerziale.

P A R T E II

o o o

Il campo elettrico dell'elettrone.

Consideriamo un elettrone in quiete. In base alla legge di Coulomb possiamo affermare che su di una qualunque retta uscente dal centro O della particella ed in un qualunque istante t è sempre presente la forza costante

$$\vec{E} = -\frac{e}{4\pi\varepsilon_0}\nabla\left(\frac{1}{r}\right) \qquad (112)$$

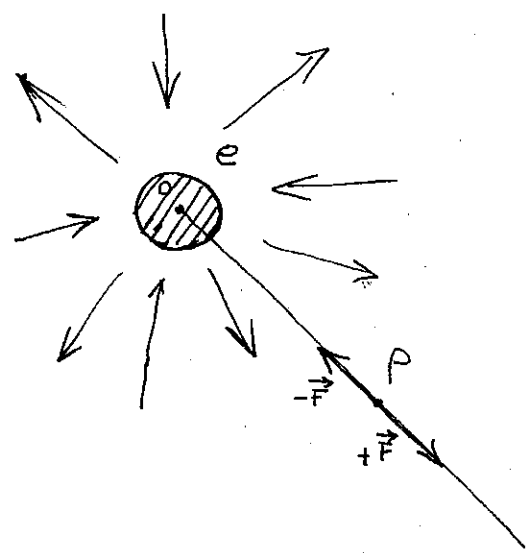

Fig. 6.

Questa impostazione concettuale del campo elettrico, senz'altro valida per un gran numero di elettroni per cui la (112) è stata prevista e sperimentata, se applicata al campo di un solo elettrone non è ugualmente soddisfacente pur raggiungendo una buona approssimazione del fenomeno, perché non permette la costituzione di una Teoria Analitica sulla genesi e sulla struttura dei campi.

Sperimentalmente si osserva che, in un qualunque punto P del suo intorno, l'elettrone può indifferentemente esercitare, a seconda del segno della carica che ivi si pone, tanto una forza attrattiva +F che una repulsiva −F, ossia ha la possibilità di esercitare nel

lo stesso punto due forze uguali in intensità e direzione, ma di verso opposto. Questo dato fondamentale da un punto di vista analitico è inconciliabile con la costanza della forza (112) chiaramente espressa dalla legge di Coulomb. Infatti se postuliamo alla base del campo elettrico dell'elettrone una sola classe di forze dello stesso tipo e costanti, non potremo evidentemente mai interpretare le due serie di fenomeni attrattivi e repulsivi e di conseguenza questi fenomeni stessi non potranno mai essere riportati ad una origine comune.

A questa prima inconciliabilità dei dati classici ne va aggiunta subito una seconda. La contemporanea presenza in ogni direzione della forza agente nel campo elettrico dell'elettrone e la sua costanza sono anch'essi due dati inconciliabili da un punto di vista analitico. Infatti supponiamo che per caso vi sia effettivamente alla base del campo elettrico dell'elettrone una forza unica: se essa è costante non può essere ovviamente presente in ogni direzione; ed analogamente se essa è presente in ogni direzione non può assolutamente essere costante. Una forza che risponda ai dati classici, ossia contemporaneamente presente su tutte le rette di una stella uscente da O e costante, può essere spiegata solo ricorrendo ad un ipotetico fluido evanescente inesauribile emesso dalla particella ed in ogni caso essa preclude in maniera categorica qualsiasi tentativo di interpretazione della genesi dei campi.

Se ne conclude che i dati classici, senz'altro esatti per un gran numero di elettroni, sono tali solo in prima approssimazione per il campo di un solo elettrone; ed in particolare, finché analizziamo il comportamento delle forze che operano nei campi nei periodi di tempo comunemente usati dalla fisica sperimentale d'oggi, essi possono essere ritenuti senz'altro validi, ma se si scende a periodi di tempo sufficientemente piccoli (vedremo dell'ordine di 10^{-20} sec), queste forze presentano tutto un particolare comportamento, profondamente diverso da quello descritto dalla legge di Coulomb, ed altamente dinamico.

Le equazioni di Maxwell per l'elettromagnetismo rappresentano una delle maggiori conquiste del pensiero scientifico solo se

applicate ai sistemi statistici, ossia ad un gran numero di elettroni, per i quali sono state previste, studiate e sperimentate; ma esse non sono altrettanto soddisfacenti se applicate al campo di un solo elettrone per gli stessi motivi per i quali il comportamento di un gas è profondamente diverso dal comportamento di una singola molecola dello stesso e diverse sono le leggi che regolano entrambi.

Il problema che affronteremo in questa II Parte è quello di vedere se dalla funzione d'onda generale dell'elettrone (60) si può dedurre una Teoria Analitica sui campi connessi con la particella la quale da un lato ripresenti in prima approssimazione i dati classici (per valori del tempo superiori a 10^{-20} sec), e dall'altro permetta di interpretare i dati fondamentali sui campi stessi, quali la nascita delle forze che operano nei campi, il loro meccanismo d'azione, e l'indipendenza fra i lavori effettuati dai campi ed il livello energetico della particella.

Nascita delle forze agenti nel campo elettrico dell'elettrone.

Mentre per le vedute contemporanee la genesi delle forze che operano nel campo elettrico dell'elettrone non può essere in alcun modo spiegata, per la concezione proposta sulla struttura dell'elettrone il problema riceve una soluzione semplice ed immediata. Infatti il moto secondo il quale l'autofunzione generale $\psi(\vec{r},t)$ localizza l'autovalore m_0c^2 non è costante, ma presenta un'accelerazione che può facilmente ottenersi nei casi particolari per derivazione dalle formule (31), (63) e (67). E poiché ad ogni accelerazione è sempre preconnessa una forza, ecco quindi che le misteriose forze presenti nell'intorno dell'elettrone sono alla base della struttura della particella , essendo quindi già presenti nell'interno della particella stessa.

Cerchiamo ora di precisare quale tipo di forza deve essere associato alla funzione d'onda ψ , iniziando dal caso unidimensionale. Sia $x = R \operatorname{sen} \omega_e t$ una delle soluzioni particolari della funzione d'onda fondamentale ψ_1 . Sia $\Delta\varphi$ la porzione di spazio

che localizza l'equazione (31). Con buona approssimazione possiamo ritenere che il moto della porzione $\Delta\varphi$ è analogo a quello delle porzioni di mezzi compressibili percorsi da onde longitudinali.

Secondo i noti canoni della Teoria della Elasticita, al moto della porzione di mezzo $\Delta\varphi$ è connessa una pressione anch'essa di tipo sinusoidale nella direzione di propagazione dell'onda

$$\Delta p = \Delta p_0 \cos(\omega_c t + \varphi) \qquad (113)$$

dove φ misura lo sfasamento fra Δp e l'equazione (31), e Δp_0 è una espressione del tipo

$$\Delta p_0 = 2\pi \frac{\rho \gamma A_0}{\lambda} \qquad (114)$$

Sostituendo in questa espressione ad A_0 l'ampiezza massima di oscillazione R, a λ il rapporto c/ν , ed a $\gamma\rho$ il modulo di rigidità η si ottiene la relazione

$$\Delta F = k_1 \frac{2\pi R \nu \eta \Delta S}{c} \cos(\omega_c t + \varphi) \qquad (115)$$

dove K_1 è un coefficiente privo di dimensioni e ΔS è la superficie massima perpendicolare all'asse di oscillazione della porzione $\Delta\varphi$. La relazione (115) può anche essere scritta nella seguente forma definitiva in cui non compare ΔS :

$$\Delta F = K \frac{2\pi R \nu \eta}{c} \cos(\omega_c t + \varphi) \qquad (116)$$

dove K in questo caso è un coefficiente di dimensioni $[L^2]$ ed η è un valore determinabile per ora a meno di un multiplo intero dalla relazione che lega la velocità di propagazione delle onde trasversali con la densità ed il modulo di rigidità del mezzo:

$$\eta = \mu c^2 \qquad (117)$$

D'altra parte dall'equazione (31) per derivazione abbiamo

$$\Delta I \ddot{x} = - R \Delta I \omega_c^2 \cos(\omega_c t + \varphi) \qquad (118)$$

per cui giungiamo ad una seconda relazione da associare alla (117):

$$K \frac{2\pi R \nu M}{e} = - R \Delta I \omega_c^2 \qquad (119)$$

La forza (116) è in definitiva la forza stessa alla quale è dovuta la localizzazione della funzione d'onda ψ_1. Essa si propaga inalterata lungo tutto l'asse di oscillazione in ambedue i sensi, avendo supposto lo spazio dotato di una fittizia rigidità tale da localizzare una funzione d'onda periodica, esattamente come si localizza e si trasmette a distanza il vettore $\vec{E}$ ad andamento periodico delle onde elettromagnetiche.

La forza connessa con la funzione d'onda ψ piana possiamo ottenerla dall'equazione (63) mediante derivazione e moltiplicazione per ΔI, per cui si ottiene la relazione delle componenti

$$\begin{cases} \Delta I \ddot{x} = - R \Delta I \omega_c^2 \cos(\omega_c t + \vartheta_1) - R \Delta I \bar{\omega}_1^2 \cos(\bar{\omega}_1 t + \vartheta_2) \\ \Delta I \ddot{y} = - R \Delta I \bar{\omega}_1^2 \operatorname{sen}(\bar{\omega}_1 t + \vartheta_2) \end{cases} \qquad (120)$$

Analogamente la forza connessa con la funzione d'onda ψ a localizzazione spaziale può essere ottenuta nel caso di due soli moti rotatori componenti dall'equazione (67)

$$\begin{cases} \Delta I \ddot{x} = - R \Delta I \omega_c^2 \cos(\omega_c t + \vartheta_1) - R \Delta I \bar{\omega}_1^2 \cos(\bar{\omega}_1 t + \vartheta_2) \\ \Delta I \ddot{y} = - R \Delta I \bar{\omega}_1^2 \operatorname{sen}(\bar{\omega}_1 t + \vartheta_2) - R \bar{\omega}_2^2 \Delta I \cos(\bar{\omega}_2 t + \vartheta_3) \\ \Delta I \ddot{z} = - R \Delta I \bar{\omega}_2^2 \operatorname{sen}(\bar{\omega}_2 t + \vartheta_3) \end{cases} \qquad (121)$$

e così via per un numero sempre maggiore di moti rotatori componenti.

Si ha motivo di ritenere che la forza fondamentale (116), e le sue distribuzioni piana e spaziale (120) e (121), sia l'elemento d'azione costituente il campo elettrico dell'elettrone. Essa è una forza periodica, ossia una forza che apparentemente è in pieno contrasto con i dati classici di prima approssimazione del campo elettrico. Si tratta però di una forza periodica ad altissima frequenza: $1{,}2.10^{20}$ sec^{-1}; di conseguenza, se con essa sarà possibile spiegare il meccanismo d'attrazione e di repulsione del campo elettrico, avremo modo di ripresentare senz'altro in prima approssimazione i dati classici per un fenomeno analogo a quello della vibrazione delle lamine.

Vediamo innanzitutto che la forza fondamentale (116) permette di evitare il primo grave contrasto presente nei dati classici: costanza della forza agente e possibilità di esercitare in uno stesso punto forze opposte. Infatti la forza (116), essendo periodica, ha in sé la possibilità di esercitare sia forze repulsive che attrattive: basterà supporre che la forza sia efficace solo in un semiperiodo o nell'altro per contemplare ambedue i casi.

Cominciamo quindi già ad intravedere, prima di addentrarci nel problema, la possibilità di ridurre i complessi fenomeni elettrici dell'elettrone ad una sola forza fondamentale agente.

Affinché comunque la concezione sia attendibile, essa deve ripresentare in prima approssimazione i dati classici, ossia contemporanea presenza delle forze agenti in tutte le direzioni e costanza.

Il primo di questi dati può essere facilmente raggiunto. Infatti abbiamo già visto che nel caso unidimensionale la forza (116) è sempre presente ad ogni istante lungo tutto l'asse di oscillazione perché si ritiene, avendo attribuita una fittizia rigidità allo spazio, che all'istante t la forza (112) esercita nel semiasse con=

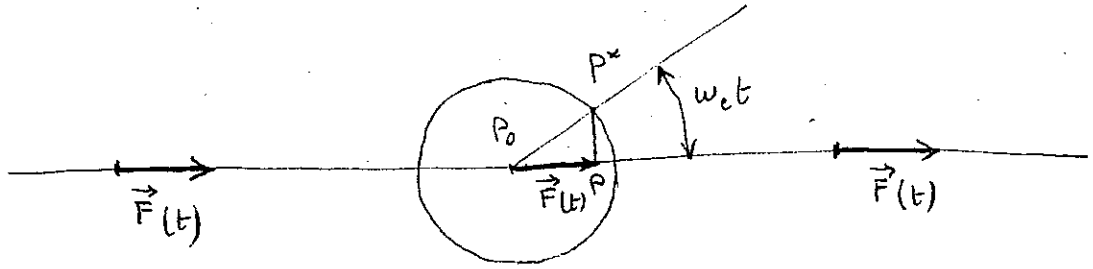

Fig. 7.

corde al suo verso un'azione repulsiva, ed in quello opposto un'azione attrattiva.

Nel caso bidimensionale descritto dall'equazione (120) si ha invece che l'alto valore della velocità angolare $\bar{\omega}_1$ del moto rotatorio componente fa sì che gli intervalli di tempo secondo i quali si sussegue la forza fondamentale in uno stesso punto P, corrispondenti ad un semiperiodo di rotazione, siano estremamente piccoli, ed in

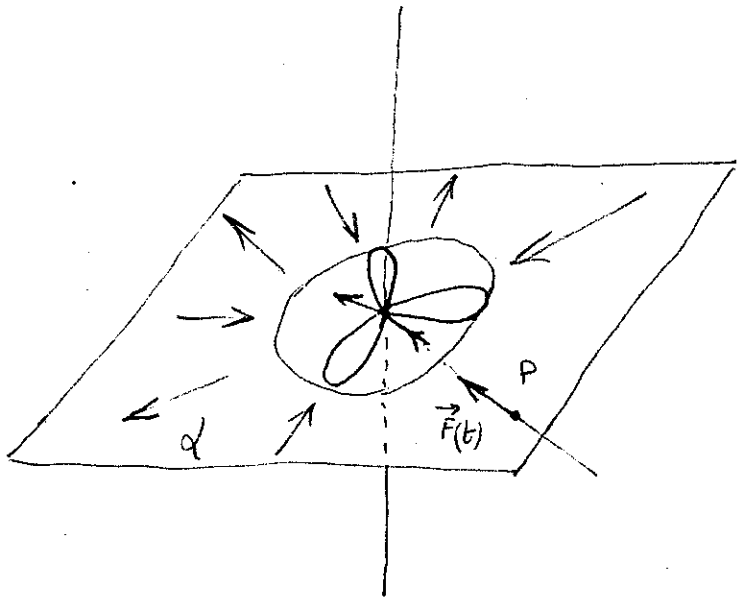

Fig. 8.

ogni caso rilevabili solo in periodi di tempo dell'ordine di $1/\bar{\omega}_1$. Ne deriva che in prima approssimazione, per tutti i valori del tempo considerati nella Fisica Sperimentale d'oggi la forza fondamentale (116) può essere ritenuta senz'altro contemporaneamente presente in tutto il piano α della modificazione.

Lo stesso criterio di approssimazione si applica per il caso tridimensionale contemplato dall'equazione (121) per due soli moti rotatori componenti. Infatti già abbiamo visto che nel caso bidimensionale la forza fondamentale può ritenersi contemporaneamente presente in tutto il piano della modificazione; di conseguenza, se componiamo la funzione d'onda piana (63) con un secondo moto rotatorio ad altissima velocità angolare attorno ad un asse del piano α passante per P_0 la forza fondamentale (116) può ritenersi contemporaneamen

e presente su tutte le rette di una stella uscente da P_0, e comunque il periodo di tempo intercorrente fra un passaggio e l'altro della forza fondamentale in un punto fisso è senz'altro trascurabile rispetto ai più piccoli periodi di tempo in cui può scendere la fisica sperimentale d'oggi.

Giungiamo così ad una nuova concezione profondamente dinamica del campo di forze presente nell'intorno dell'elettrone secondo la quale la forza periodica fondamentale (112) che localizza la funzione d'onda fondamentale d'elettrone $\psi_1(x,t)$, che nel caso unidimensionale è presente solo sull'asse di oscillazione, assume successivamente nelle forme superiori dell'oscillazione armonica una distribuzione piana e spaziale per opera dei moti rotatori componenti secondo i quali è localizzata la funzione d'onda secondaria $\psi_2(\vec{r},t)$, in pieno parallelismo con il comportamento della funzione d'onda generale dell'elettrone.

Ci resta da vedere se questa concezione permette di interpretare il meccanismo d'attrazione e di repulsione del campo elettrico ripresentando in prima approssimazione la legge di Coulomb.

Il meccanismo d'azione del campo elettrico dell'elettrone.

Analizziamo nel presente lavoro solo il caso unidimensionale, rimandando ad altri lavori l'estenzione ai casi bi e tridimensionali.

Premettiamo che l'elettrone positivo per la Teoria proposta deve avere la stessa struttura dell'elettrone negativo, ossia anch'esso deve essere localizzato mediante la funzione d'onda generale (60) con le soluzioni particolari (31), (63) e (67). La divergenza fra i due campi delle particelle può venire di conseguenza spiegata solo mediante una differenza di fase fra i due moti costituenti.

Nel problema unidimensionale possono presentarsi due casi

quando si analizzano le interazioni di due funzioni d'onda fondamentali $\psi_1(x,t)$ e $\psi_1'(x,t)$: poiché gli oscillatori lineari debbono essere ambedue localizzati su di uno stesso asse, o abbiamo due moti armonici in fase, o sfasati di π . In conseguenza si hanno o elettroni dello stesso segno, o elettroni di segno opposto.

Secondo la legge di Coulomb, verificata sperimentalmente solo per un gran numero di elettroni, e comunque sempre in periodi di tempo di gran lunga superiori a quello critico di 10^{-20} sec, due elettroni dovrebbero attrarsi o respingersi, a seconda del loro segno, con una forza costante espressa dalla relazione:

$$\vec{F}_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e_1 e_2}{r^3}\vec{r} = -\frac{e_1 e_2}{4\pi\varepsilon_0}\nabla\left(\frac{1}{r}\right) \qquad (122)$$

D'Altra parte abbiamo visto nel paragrafo precedente che il campo elettrico dell'elettrone deve essere attribuito nel caso unidimensionale alla forza (116). Se ci spostiamo lungo l'asse di oscillazione ritroviamo sempre la stessa forza periodica, diminuita naturalmente nella sua ampiezza, ma invariante nel periodo. Se questa forza fosse sempre efficace su di una funzione d'onda ψ_1' incontrata sull'asse di oscillazione, il suo effetto risultante medio agli effetti di una traslazione sarebbe nullo; ossia non si avrebbe né attrazione, né repulsione, perché la funzione ψ_1' seguirebbe con moto periodico l'andamento della forza fondamentale trasmessa. Se ne conclude che, affinché la forza fondamentale (116) trasmessa a distanza possa esercitare una effettiva attrazione o repulsione su di una funzione d'onda $\psi_1'(x,t)$, deve essere efficace solo in un semiperiodo.

o o o

Consideriamo due elettroni dello stesso segno nella forma unidimensionale. La distribuzione delle forze fondamentali sull'asse di oscillazione all'istante t sia come in fig. 9 (a).

Per avere come effetto risultante la repulsione è sufficiente supporre che all'istante considerato sia efficace solo la forza

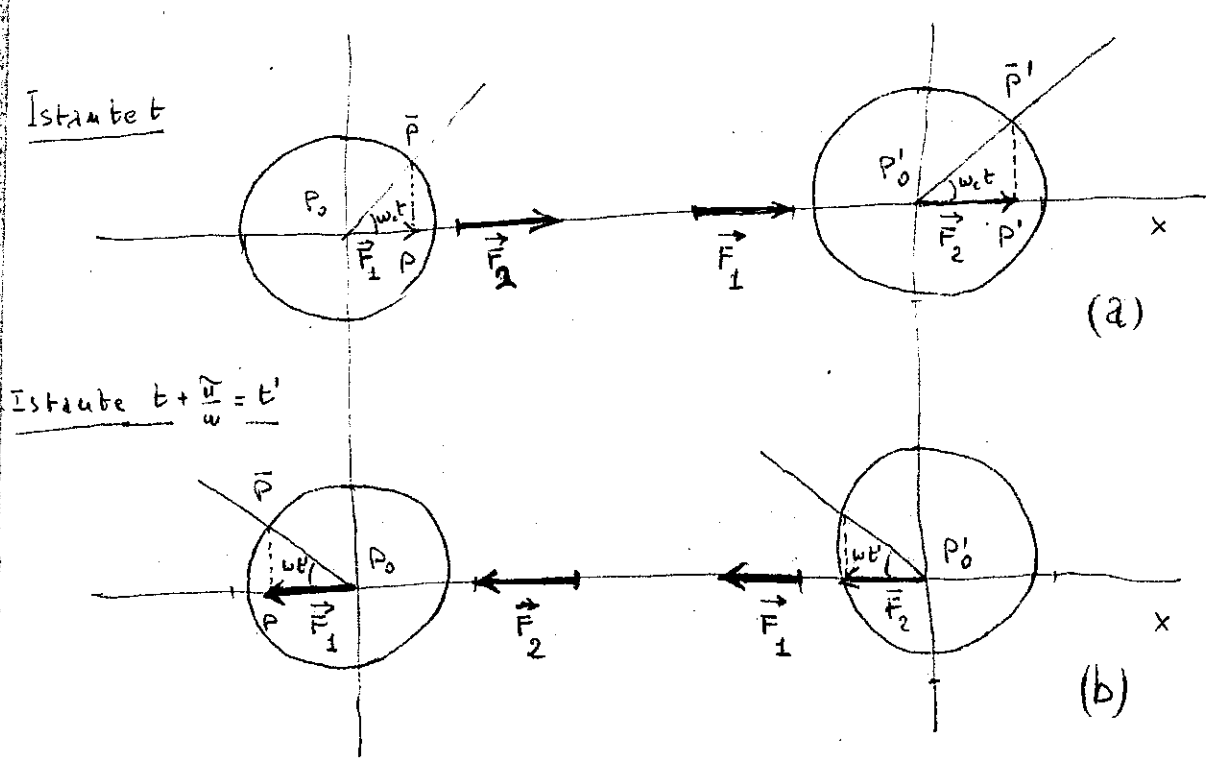

Fig. 9.

fondamentale trasmessa F_1, e non la F_2. Se consideriamo gli stessi elettroni dopo un semiperiodo, ossia all'istante $t + \frac{\pi}{\omega_c}$, abbiamo una distribuzione delle forze fondamentali opposta alla precedente, come espresso in fig. 9 (b). Affinché si abbia come effetto risultante anche ora la repulsione, è sufficiente supporre che all'istante $t + \frac{\pi}{\omega_c}$ sia efficace solo la forza fondamentale trasmessa F_2.

Per contemplare ambedue i casi generalizziamo i dati rilevati nel seguente postulato: una forza fondamentale trasmessa, quando interagisce con una funzione d'onda della stessa fase, ossia quando incontra sulla sua retta di applicazione una forza periodica della stessa fase, è efficace agli effetti di una traslazione solo nella semiretta concorde al suo verso. Ossia, come è illustrato in fig. 10, all'istante t la forza fondamentale F è efficace solo nella semiretta (a), mentre all'istante $t + \frac{\pi}{\omega_c}$ è efficace solo nella semiretta (b).

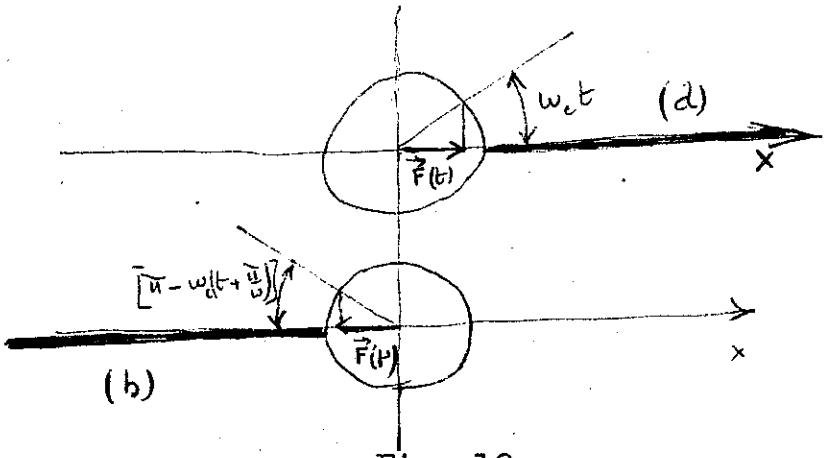

Fig. 10.

Consideriamo ora due elettroni di segno opposto nella forma unidimensionale. La distribuzione delle forze fondamentali sull'asse comune di oscillazione all'istante t sia come in fig. 11.

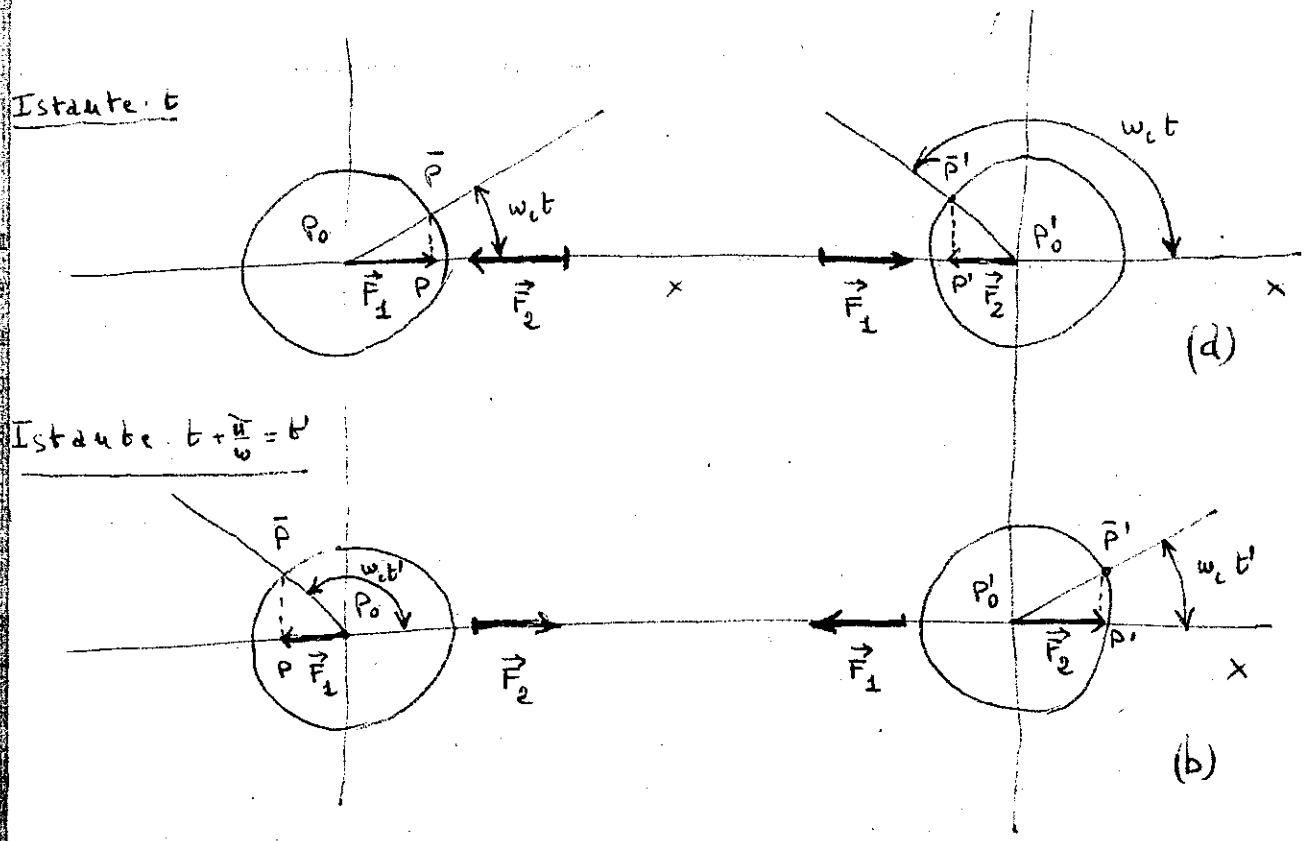

Fig. 11.

Per avere come effetto risultante l'attrazione è sufficiente supporre che all'istante t non sia efficace nessuna delle due forze fonda

mentali trasmesse F_1 e F_2. Se consideriamo le stesse forze dopo un semiperiodo, ossia all'istante $t + \frac{\pi}{\omega_c}$, esse avranno una distribuzione opposta alla precedente, e per avere come effetto risultante l'attrazione è sufficiente supporre che siano efficaci tutte e due le forze fondamentali trasmesse.

Generalizzando, una forza fondamentale trasmessa, quando incontra sul suo asse di oscillazione unaforza periodica sfasata di π, è efficace agli effetti di una traslazione delle funzione d'onda ψ_1' con cui interagisce solo nella semiretta opposta al suo verso. Ossia, come illustra la fig. 12, la forza F all'istante t è efficace solo nella semiretta (a), ed all'istante $t + \frac{\pi}{\omega}$ è efficace solo nella semiretta (b).

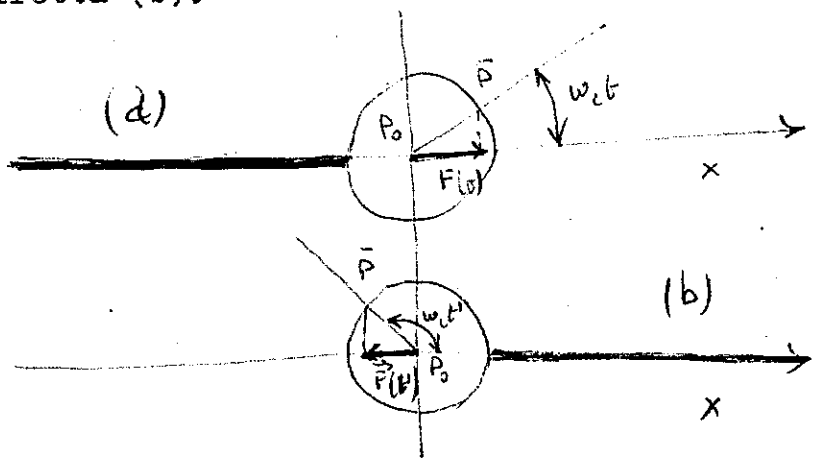

Fig. 12.

Generalizzando ambedue i casi considerati in termini matematici, possiamo affermare che la parte efficace della forza fondamentale (116) è data dalla relazione

$$F = \Delta F \, \frac{1-(-1)^{\left[t\frac{\omega_c}{\pi}\right]}}{2} = \Delta F_0 \, \frac{1-(-1)^{\left[t\frac{\omega_c}{\pi}\right]}}{2} \cos(\omega_c t + \varphi) \qquad (123)$$

dove $\left[t\frac{\omega_c}{\pi}\right]$ rappresenta il massimo intero contenuto in $t\frac{\omega_c}{\pi}$.

Infatti, come illustra la fig. 13, per

$$0 \leq t < \frac{\pi}{\omega_c}, \quad \left[t\frac{\omega_c}{\pi}\right] = 0 \quad e \quad \frac{1-(-1)^{\left[t\frac{\omega_c}{\pi}\right]}}{2} = 0 \qquad (124)$$

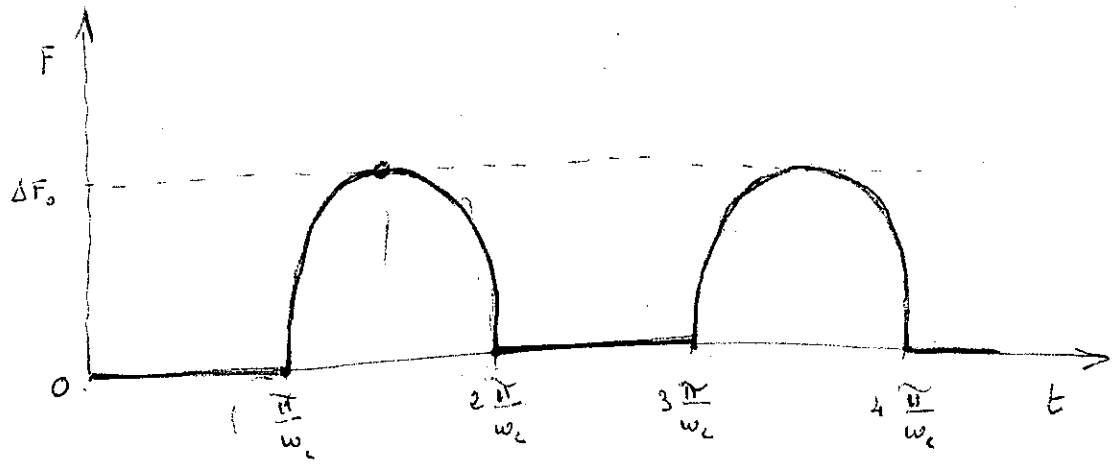

Fig. 13.

ossia la forza (123) è nulla per tutta la durata del semiperiodo considerato. Per

$$\frac{\pi}{\omega_c} \leq t < 2\frac{\pi}{\omega_c} \quad , \quad \left[t\frac{\omega_c}{\pi}\right] = 1 \quad , \quad e \quad \frac{1-(-1)^{\left[t\frac{\omega_c}{\pi}\right]}}{2} = 1 \qquad (125)$$

quindi la forza (123) nel semiperiodo considerato è efficace ed ha un andamento sinusoidale. Per

$$2\frac{\pi}{\omega_c} \leq t < 3\frac{\pi}{\omega_c} \quad , \quad \left[t\frac{\omega_c}{\pi}\right] = 2 \quad , \quad e \quad \frac{1-(-1)^{\left[t\frac{\omega_c}{\pi}\right]}}{2} = 0 \qquad (126)$$

ossia nel semiperiodo considerato la forza fondamentale (123) è nulla. Analogamente nei semiperiodi

$$\left(3\frac{\pi}{\omega_c} \, , \, 4\frac{\pi}{\omega_c}\right) \; ; \; \left(4\frac{\pi}{\omega_c} \, , \, 5\frac{\pi}{\omega_c}\right) ; \quad \text{ecc. ecc.} \qquad (127)$$

in pieno accordo col diagramma della fig. 13.

In particolare, se F_0 è la forza di Coulomb alla distanza r, e $\Delta F_0'$ è l'intensità massima della forza (123) alla stessa distanza, deve essere verificata la relazione

$$\int_0^T F_0 \, dt = \int_0^T F \, dt \qquad (128)$$

Ciò si traduce in pratica nel ritenere l'intensità $\Delta F_0'$ massima tale che le aree A della fig. 14 siano uguali alle B.

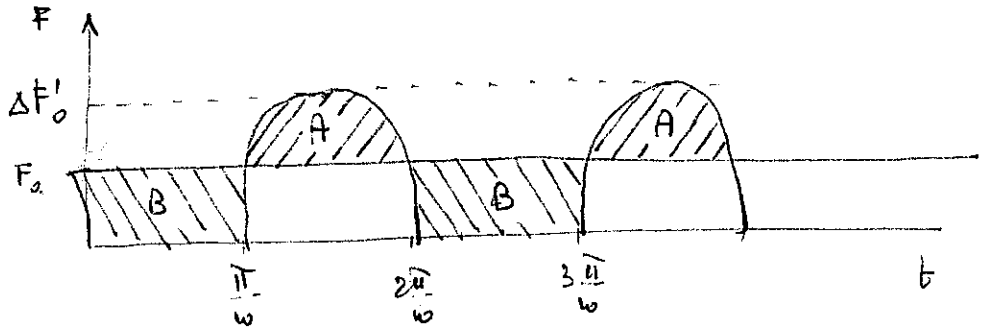

Fig. 14.

In definitiva la forza attrattiva o repulsiva, a seconda del segno, che l'elettrone (1) può esercitare sull'elettrone (2) alla distanza r è data da

$$F_{12}(r) = \pm \frac{1-(-1)^{\left[t\frac{\omega_c}{\pi}\right]}}{2} \Delta F_0(r) \cos(\omega_c t + \varphi) = \pm \frac{K}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e_1 e_2}{r^2} \frac{1-(-1)^{\left[t\frac{\omega_c}{\pi}\right]}}{2} \cos(\omega_c t + \varphi) \qquad (129)$$

dove il coefficiente $K = \frac{\Delta F_0(r)}{F_0(r)}$ con $F_0(r)$ forza di Coulomb.

La formula fondamentale (129) può anche essere messa nella seguente forma definitiva:

$$\boxed{\vec{F}_{12}(\vec{r}) = \mp K \frac{e_1 e_2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1-(-1)^{\left[t\frac{\omega_c}{\pi}\right]}}{2} \cos(\omega_c t + \varphi) \nabla\left(\frac{1}{\vec{r}}\right)} \qquad (130)$$

La formula (130) raggiunta è l'espressione analitica generale per qualsiasi valore del tempo secondo cui interagiscono due elettroni nelle forme unidimensionali. Essa ripresenta in prima approssimazione la legge di Coulomb. Infatti il suo andamento intermittente che ad una prima analisi è in profondo contrasto con la costanza della forza di Coulomb, in effetti può essere rilevato solo per valori del tempo sufficientemente piccoli, ossia dell'ordine di $\frac{1}{\omega_c} \simeq 10^{-20}$ sec. mentre in pratica si comporta a tutti gli effetti come una forza costante attrattiva o repulsiva a seconda dei casi, per un fenomeno analogo a quello già rilevato della vibrazione delle lamine.

Dalla formula (130) si ricava immediatamente che due elettroni non si allontanano o si avvicinano con una velocità crescente con continuità, come per le concezioni contemporanee, ma l'andamento della velocità sarà conseguenziale a quello intermittente della forza agente, e quindi sarà del tipo espresso in fig. 15 (b).

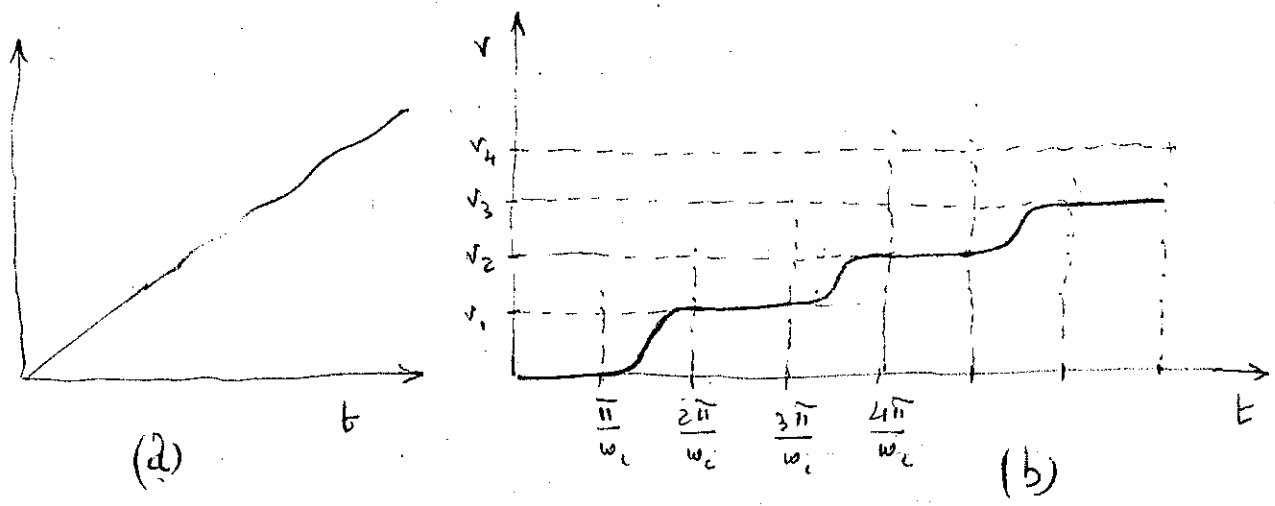

Fig. 15.

Ossia nei semiperiodi in cui la forza agente è nulla rimane costante, mentre aumenta solo nei semiperiodi in cui la suddetta forza è efficace.

Siamo quindi dinanzi ad un caso perfettamente analogo a quello dei quanti di energia. Infatti la curva di emissione dell'energia in funzione del ~~frequenza~~ tempo per la fisica prequantistica era

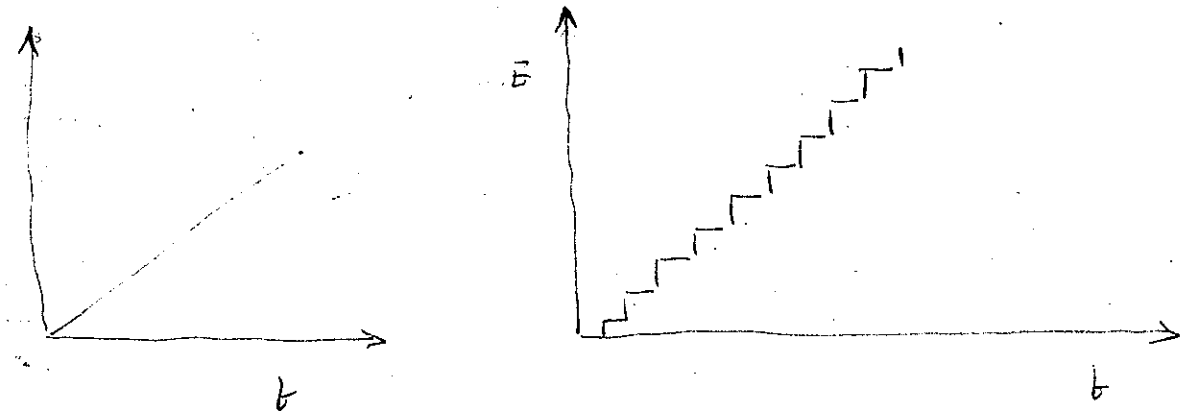

Fig. 16.

ntinua. Planck fece rilevare però che si tratta di una continuità solo prima approssimazione, perché se si scende a valori sufficientemente ccoli dell'energia la curva presenta una discontinuità che in prima prossimazione non può essere rilevata.

Questa conquista del pensiero scientifico ribadì ancora una vol che l'essenza della Fisica è l'approssimazione. Le Teorie raggiunte n sono delle verità assolute, ma rappresentano una formulazione anali ca autocompatibile stabilita su di una base empirica di prima appros mazione delle relazioni che governano un gruppo di fenomeni naturali.

Purtroppo talvolta anche i più grandi pensatori dimenticano que o fondamentale concetto sul valore della nostra conoscenza cadendo in poco elastico dommatismo, come nel caso del grande Boltzmann che chia il suo alunno Planck "eretico della Scienza". Nel presente lavoro si spica che lo sviluppo della Scienza non conduca solo ad un infittirsi equazioni e di concetti astrusi, ma anche ad uno sviluppo del crite= o di valutazione di ogni singolo pensatore.

Indipendenza fra i lavori effettuati dal campo elettrico ed il livello energetico dell'elettrone.

Il problema è ben lungi dal poter essere risolto soddisfacente nte in questa trattazione elementare. Vogliamo comunque analizzare i ovi aspetti con i quali si presenta alla luce della proposta Teoria.

Vediamo innanzitutto perché i moti componenti dell'elettrone non minuiscono mai in intensità, e la particella ha caratteristiche costan nel tempo, esattamente come si verifica per i quanti di radiazione he si mantengono immutati dopo migliaia di anni luce.

Poiché sperimentalmente osserviamo che l'autovalore discreto m_0c^2 costante nel tempo, siamo indotti a ritenere che l'oscillatore linea e costituente la parte fondamentale dell'elettrone incontri uno smorza ento nullo e che quindi lo spazio si comporti, sia pur fittiziamente, ome un mezzo perfettamente elastico.

Ricordiamo l'analisi dei piccoli moti spontanei attorno ad una osizione di equilibrio nel caso che la forza elastica di richiamo sia olto maggiore dello smorzamento: $k \gg h^2$. In tal caso il punto mobile muove attorno alla sua posizione di equilibrio con moto oscillatorio

morzato, compiendo le successive oscillazioni nello stesso tempo $\frac{\pi}{\omega}$, contraendo ogni volta le ampiezze di queste nel rapporto $e^{-\frac{h\pi}{\omega}}$. Infatti le successive oscillazioni costituiscono una progressione geometrica di ragione $\exp[-\frac{h\pi}{\omega}]$. Nel caso relativo alla funzione d'onda fondamentale dell'elettrone, poiché h è identicamente nullo, si ha

$$e^{-\frac{h\pi}{\omega_0}} = 1 \qquad (131)$$

per cui la progressione è formata di termini costanti e le oscillazioni successive non diminuiscono mai la loro ampiezza.

L'oscillatore lineare costituente la parte fondamentale dell'elettrone è così un moto oscillatorio spontaneo, isocrono e perpetuo, dovuto al sussistere in modo completo del Principio di Conservazione dell'energia per i moti delle funzioni d'onda fondamentali.

o o o

Come abbiamo precisato nei precedenti paragrafi, ciò che agisce nel campo elettrico dell'elettrone non sono le forze fondamentali che generano l'oscillazione armonica, ma le stesse forze trasmesse a distanza. Il problema dell'indipendenza fra i lavori effettuati dai campi ed il livello energetico dell'elettrone si traduce quindi nel problema dell'indipendenza fra le forze fondamentali che localizzano gli autovalori discreti m_0c^2, e le stesse forze trasmesse a distanza.

Ad un'analisi più approfondita i due tipi di forze si rivelano dotate di caratteristiche diverse ed indipendenti. Infatti con una forza trasmessa, ad es. E, non riusciremo mai a generare una nuova modificazione dello spazio, e quindi a localizzare una nuova funzione d'onda $\psi_1(x,t)$, non potendo di conseguenza mai influire sulle forze fondamentali stesse. Le forze trasmesse possono interessare solo la posizione reciproca delle funzioni d'onda ψ nel mezzo, generando delle traslazioni, e non la loro struttura. Viceversa le forze fondamentali esistono solo se applicate alle porzioni $\Delta\varphi$ di mezzo, ed esse possono soltanto localizzare un autovalore discreto secondo una funzione d'onda fondamentale $\psi(\vec{r},t)$, senza interessare o essere interessate da altre

entuali forze fondamentali presenti nel loro intorno.

Se ne conclude che le forze che si trovano a distanza generate lle forze fondamentali rappresentano semplicemente uno stato di tensio del mezzo senza alcuna modificazione dello stesso, e di conseguenza, r quanto possiamo utilizzare le forze trasmesse, potremo solo interes re le posizioni reciproche delle funzioni interagenti, ma non potremo i ~~interessare~~ influenzare le forze fondamentali che le generano. In finitiva l'autovalore discreto localizzato dalle forze fondamentali, piché è indipendente sia dalle forze trasmesse di altri autovalori che lle proprie, e poiché le funzioni d'onda incontrano nello spazio uno orzamento nullo, è costante nel tempo ed immutabile.

———o o———

Il momento magnetico dell'elettrone.

L'elettrone, come è noto, non possiede solo il campo elettrico. fatti l'osservazione degli spettri e l'effetto Zeemann ci inducono a itenere che, connesso al momento angolare di valore

$$J_s = \frac{h}{4\pi} \qquad (132)$$

vi sia un momento magnetico di valore

$$M_s = \frac{e\,h}{4\pi\, m_0 c} \qquad (133)$$

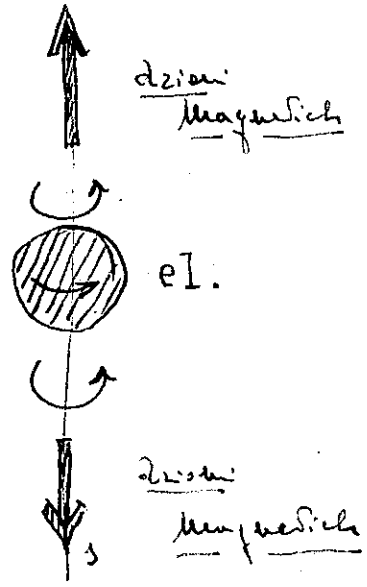

Fig. 17.

L'analisi delle sollecitazioni trasmesse al mezzo dalla funzione d'onda dell'elettrone ci ha condotti ai campi di forze (116), (120) e (121). Ma questi sono stati già attribuiti al campo elettrico. Ci chiediamo ora se vi siano ancora delle azioni generate sempre

alla funzione d'onda generale dell'elettrone $\psi(\vec{r}, t)$,capaci di interpretare la nascita ed il meccanismo d'azione del momento magnetico dell'elettrone.

Nascita delle azioni agenti nel momento magnetico dell'elettrone.

Torniamo di nuovo ad analizzare la fondamentale oscillazione armonica della porzione di mezzo $\Delta\varphi$. Con uno studio più approfondito ci accorgiamo subito che la forza periodica (116) non è la sola azione trasmessa dall'oscillazione al mezzo. Per rendercene praticamente conto consideriamo un liquido in quiete. Se imprimiamo un moto oscillatorio ad una porzione di liquido della superficie si generano delle onde concentriche che si propagano su tutta la superficie stessa del liquido. Analogamente l'oscillazione armonica della porzione di mezzo $\Delta\varphi$ genera delle onde concentriche trasversali che si propagano nel piano perpendicolare all'asse di oscillazione passante per P_0.

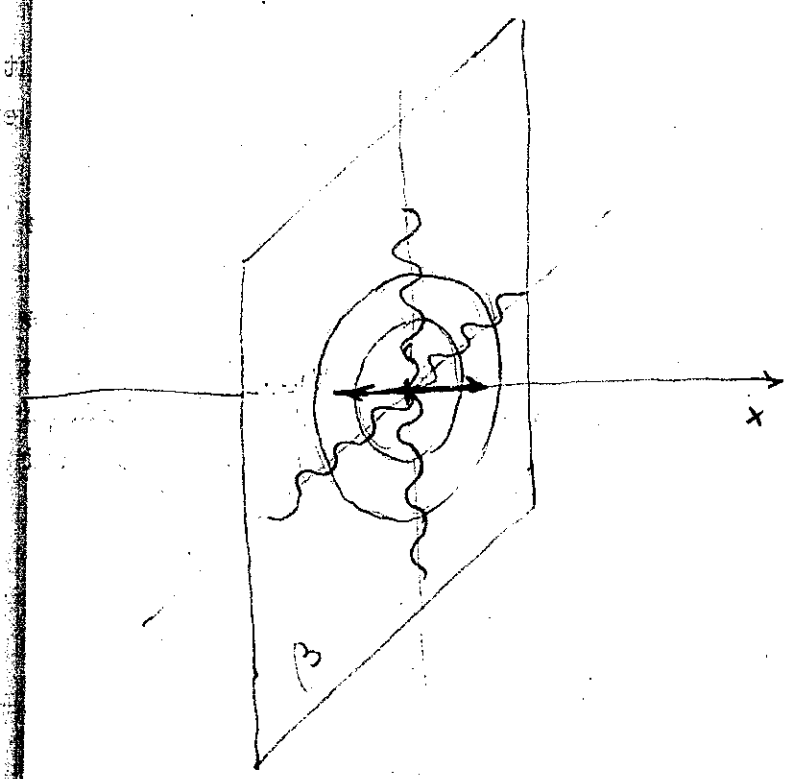

Fig. 18.

La modificazione considerata non si presenta comunque mai in forma così elementare in natura, perché l'elettrone mostra di possedere sempre un momento angolare dato dalla relazione (132), in conseguenza del quale l'oscillazione armonica si compone con un moto rotatorio generando un particolare tipo di moto a rosetta centrato secondo l'e

azione (63). Le azioni trasmesse al mezzo da questo particolare tipo funzione d'onda sono molto complesse in quanto interessano tutto lo azio. Ci limitiamo per brevità a considerazioni di carattere elemen= re. Portiamo l'asse z a coincidere con l'asse del momento angolare. vede subito che questo asse si particolarizza rispetto a tutti gli tri in quanto comune agli infiniti piani istantanei di localizzazio

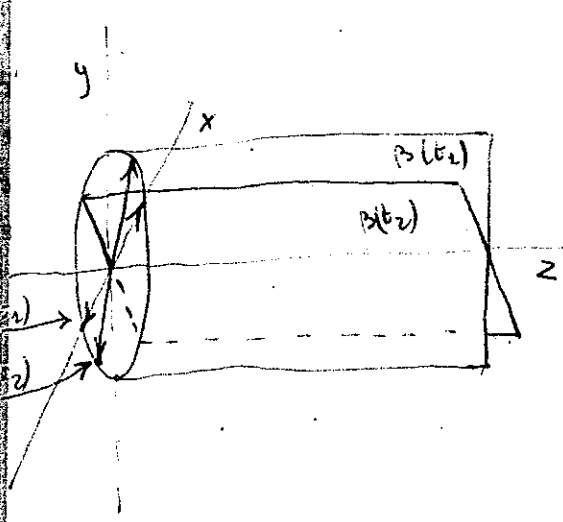

Fig. 19.

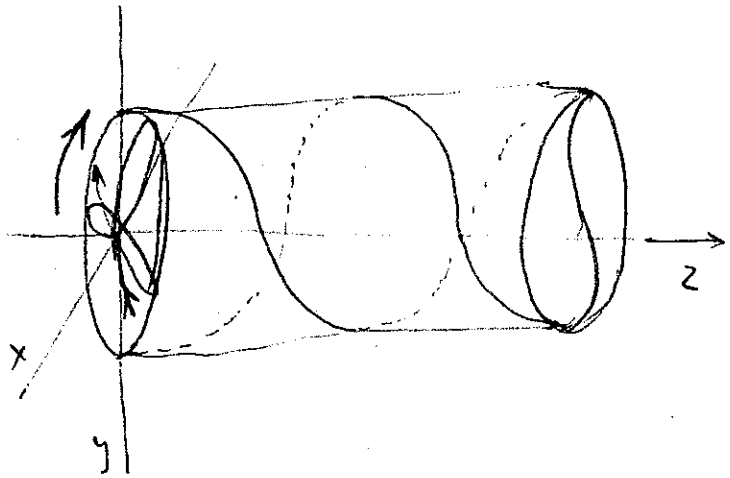

Fig. 20.

delle onde trasversali.

Un'analisi più approfondita della modificazione porta a far dere che il piano di propagazione β del caso elementare degenera una superficie di rotazione che, se sezionata con un cilindro di lun ezza indefinita avente per asse quello delle z, presenta per interse tone una doppia elica. Se invece intersechiamo questa superficie di

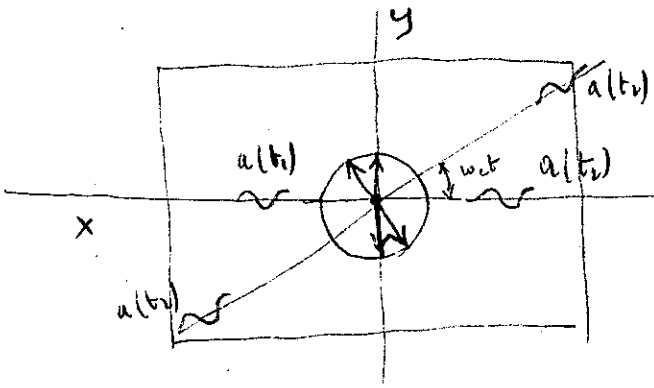

Fig. 21.

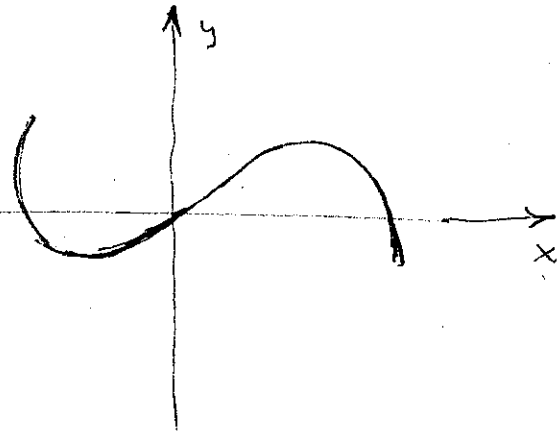

Fig. 22.

rotazione con un piano perpendicolare all'asse z otteniamo una spirale doppia.

Da tutte queste considerazioni possiamo rilevare alcuni dati che presentano una notevole analogia con quelli del momento magnetico dell'elettrone.

Innanzitutto l'asse z è un asse caratteristico rispetto agli altri perché le onde trasmesse dalla funzione d'onda piana, mentre nel caso unidimensionale erano simmetriche rispetto al punto P_0, ora sono simmetriche rispetto all'asse z. In secondo luogo, e questo può interessare particolarmente il nostro caso, le caratteristiche delle azioni emesse lungo i due semiassi dell'asse z presentano una particolare antisimmetria rispetto al piano (x,y).

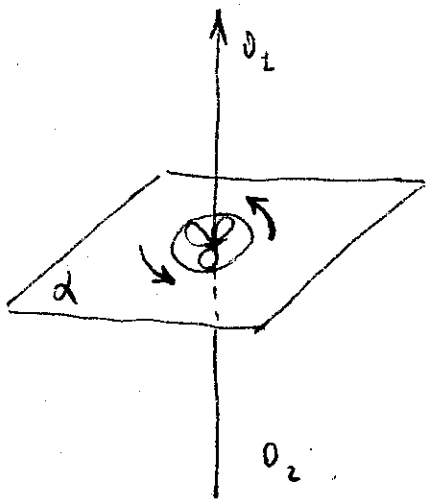

Fig. 23.

Premettiamo una considerazione di carattere relativistico: se il verso di rotazione del moto rotatorio componente appare sinistrogiro ad un osservatore O_1 situato, come in fig. 23, su un semiasse dell'asse z, apparirà destrogiro all'osservatore O_2 situato sul semiasse opposto.

In conseguenza le doppie eliche della fig. 20 che si propagano sulla superficie del cilindro debbono avere dei versi di rotazione opposti rispetto ad uno stesso osservatore. Sia O un osservatore, come in fig. 24, posto sul

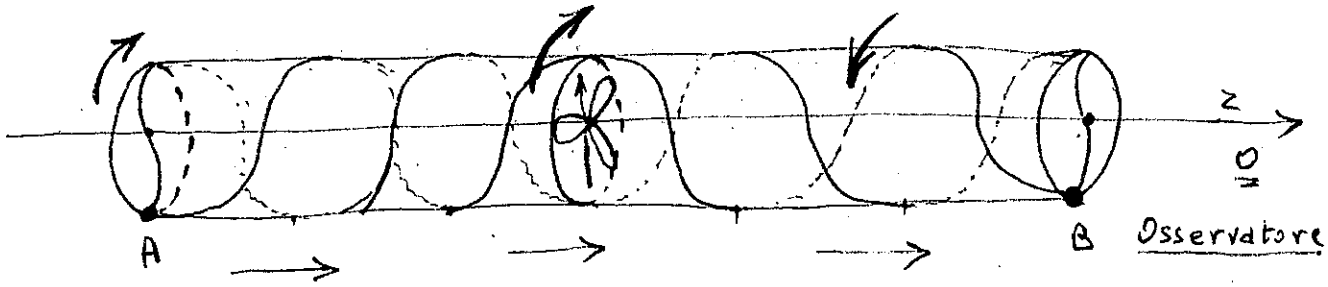

Fig. 24.

semiasse positivo delle z, rispetto al quale il verso di rotazione della funzione d'onda piana considerata appaia destrogiro. Se vogliamo giungere dal punto A a quello B percorrendo una di queste eliche ci accorgiamo che, andando dal semiasse negativo delle z verso la modificazione, il verso di percorrenza delle eliche rispetto all'osservatore O è orario. Giunti però sulla modificazione il verso si muta bruscamente nell'opposto, restando sempre costanti i valori assoluti degli atti di moto componenti del moto elicoidale che sono evidentemente da un lato la velocità di propagazione di queste onde trasversali, e dall'altra la velocità angolare del moto rotatorio componente della funzione d'onda piana.

Possiamo in definitiva rilevare che le azioni trasversali emesse dalla funzione d'onda a localizzazione piana (63) lungo i due semiassi dell'asse z si differenziano esattamente come i poli di un dipolo elementare magnetico, per cui siamo indotti ad associare il momento magnetico dell'elettrone alle particolari azioni rilevate.

Varie considerazioni contribuiscono a rendere attendibile la nostra ipotesi. Infatti innanzitutto osserviamo che la velocità di propagazione delle azioni magnetiche, notoriamente uguale alla velocità della luce, coincide con quella delle azioni rilevate, poiché quest'ultime, essendo onde trasversali trasmesse dallo spazio, debbono evidentemente propagarsi anch'esse con la velocità delle onde elettromagnetiche.

In secondo luogo il particolare tipo di azioni rilevate ci permette di spiegare un dato ancora insoluto per la fisica contemporanea: l'inseparabilità dei poli magnetici. Infatti i due tipi di azioni emesse lungo l'asse z sono generate dalla stessa funzione d'onda e sono evidentemente inscindibili.

Meccanismo d'azione del campo magnetico dell'elettrone.

Ci chiediamo innanzitutto in base a quale dato possiamo distinguere un polo magnetico dall'altro, in modo tale da sapere, quan

do si hanno due poli in interazione, se si tratta di poli dello stesso segno o di segno opposto. Per precisare questo è sufficiente la seguente posizione equivalente per i due poli: definiamo polo Nord (Sud) quel polo tale che il momento angolare dell'elettrone visto dal proprio semiasse appaia destrogiro (sinistrogiro). Supponiamo quindi di avere due funzioni d'onda a localizzazione piana come in fig. 25., ossia disposti in modo tale che i due versi di rotazione appaiano identici ad uno stesso osservatore. In base alla posizione fatta è facile

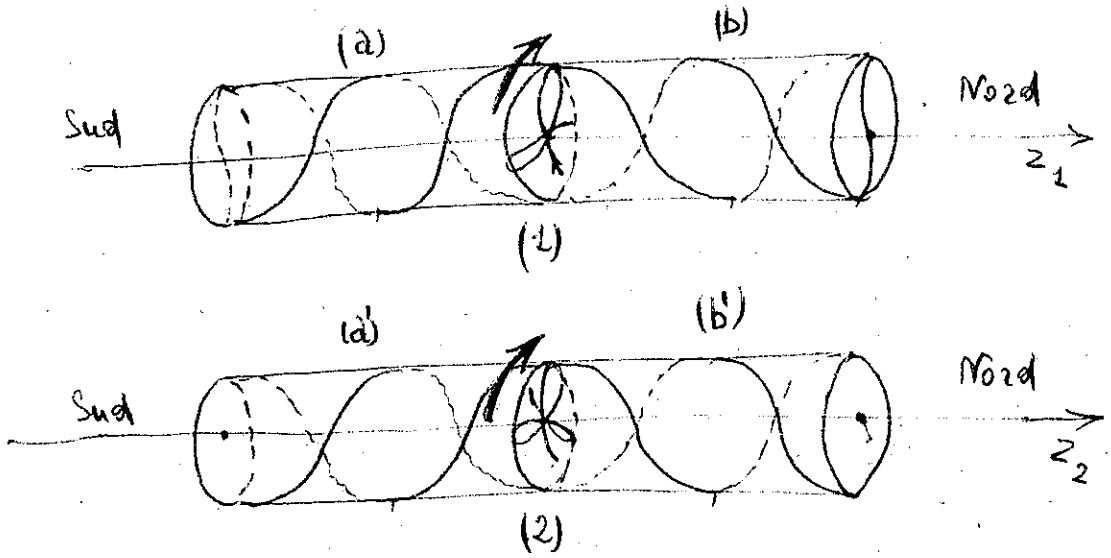

Fig. 25.

dedurre che, se si fa coincidere l'asse z_2 della modificazione (2) con quello z_1 della modificazione (1), in modo che vengano a contatto le parti (a) e (a'), o (b) e (b'), si deve avere una repulsione perché si è messo in relazione poli dello stesso segno, mentre se si pongono in relazione le parti (a) e (b'), o (a') e (b), si deve osservare un'attrazione perché si è messo in contatto poli opposti.

Cerchiamo ora di interpretare il meccanismo d'attrazione e di repulsione.

Supponiamo di avere due funzioni a localizzazione piana i cui assi caratteristici siano coincidenti ed i cui versi di rotazione siano uguali per un osservatore esterno alla porzione di spazio delimitata dai piani di localizzazione delle due funzioni, come in fig. 26.

Per le precisazioni fatte poc'anzi si hanno in relazioni poli eteronimi, per cui si deve avere un'attrazione fra le due modificazioni considerate.

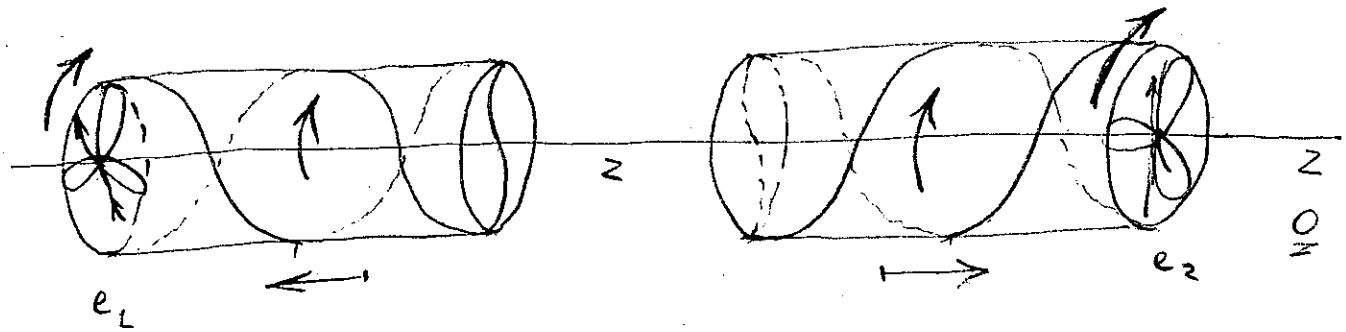

Fig. 26.

Osserviamo subito che il verso di rotazione di una delle due modificazioni è tale che, se con esso si percorrono le eliche caratteristiche delle onde trasversali trasmesse dall'altra, ci si avvicina a quest'ultima. Ricordando che la velocità di rotazione è molto elevata, possiamo pensare, esprimendoci in termini elementari ma efficaci, che le due modificazioni praticamente si avvitino l'una nelle onde trasmesse dell'altra. In particolare la forza che determina lo spostamento delle modificazioni è generata dalla sovrapposizione degli stati di movimento fra le onde trasmesse e l'oscillazione armonica, con un comportamento analogo a quello di molti fenomeni dello stesso tipo presenti in ottica fisica e già interpretati in modo soddisfacente.

Se supponiamo invece di avere due funzioni d'onda piane i cui assi caratteristici siano coincidenti ed i cui versi di rotazione sia

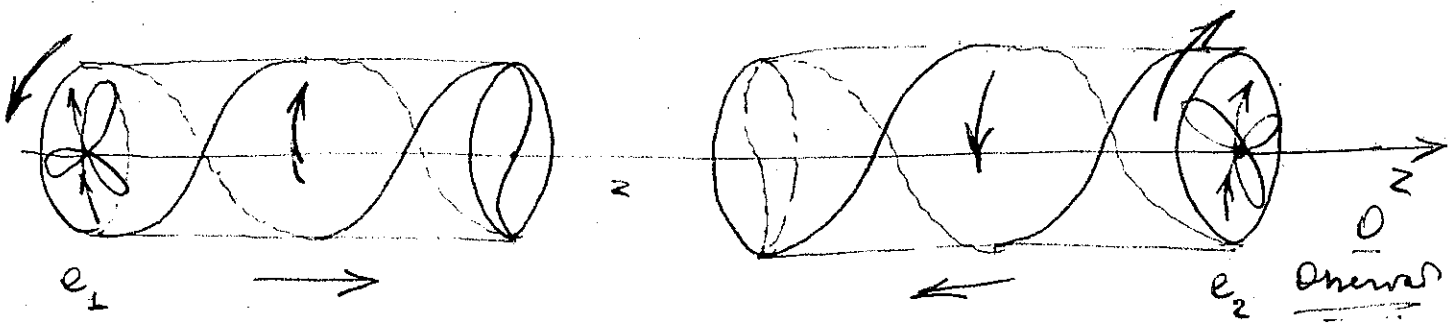

Fig. 27.

no opposti per un osservatore posto fuori della porzione di spazio delimitata dai loro due piani di localizzazione, come in fig. 27, abbiamo in relazione due poli dello stesso segno, e quindi si deve avere una repulsione fra le due modificazioni considerate.

Osserviamo subito che il verso di rotazione di uno dei due elementi è tale che, se con esso si percorrono le eliche caratteristiche delle onde trasmesse dall'altro, ci si allontana dalla modificazione che le genera. Possiamo quindi ritenere che si verifichi il caso opposto al precedente, ossia le due modificazioni tendono a seguire l'una le onde trasmesse dell'altra per il verso di rotazione di cui sono dotate, venendo così in pratica a favorire il moto di propagazione delle stesse, mentre la forza necessaria allo spostamento nasce dalla sovrapposizione degli stati di movimento o interazione dell'oscillazione armonica con le onde trasmesse.

L'elemento elettromagnetico d'azione.

La funzione d'onda (63) a localizzazione piana che assume l'autovalore m_0c^2 prende il nome di elemento d'azione elettromagnetico. Esso può essere applicato con soddisfacente risultato alla interpretazione della genesi e del meccanismo d'azione dei fenomeni elettromagnetici.

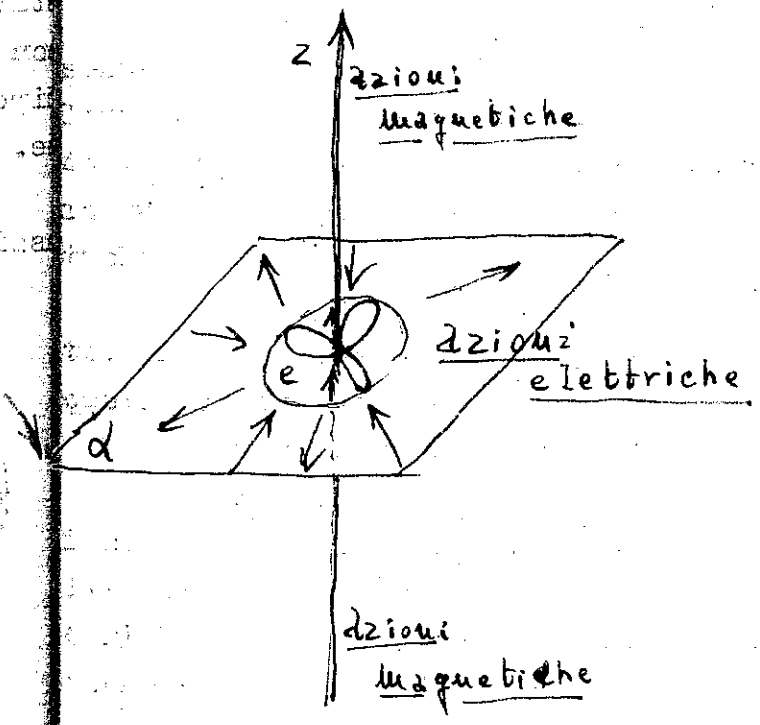

Fig. 28.

Questo elemento è costituito nella sua struttura più probabile da un particolare tipo di moto a rosetta centrato generato da una oscillazione armonica di ampiezza massima R e di frequenza $1,2.10^{20}$ sec^{-1} e da un moto rotatorio a momento angolare quantizzato di valore $J_s = h/4\pi$.

Esso genera un campo elettrico nel piano della modificazione ed un dipolo magnetico in direzione perpendicolare ad esso. In particolare, mentre il campo

elettrico è dovuto alle forze che generano l'oscillazione armonica trasmesse a distanza, il campo magnetico è dovuto alle onde trasversali emesse dall'oscillazione armonica ed è efficace solo quando l'oscillazione armonica è composta con un solo moto rotatorio, essendo inefficace quando manca questo moto rotatorio, o quando ve ne sono più di uno ad elevatissima velocità angolare.

Infatti, quando la funzione d'onda dell'elettrone è a localizzazione ~~piana~~ unidimensionale, le azioni magnetiche, pur essendo sempre emesse, non sono efficaci perché distribuite su di un piano che, come tale , è inattivo. Analogamente, quando l'elettrone della forma piana (63) è dotato di moti rotatori componenti ad alta velocità angolare, la superficie di localizzazione delle onde trasmesse perde la distribuzione caratteristica che le rende efficaci. D'altra parte abbiamo visto nella I Parte che la formula di struttura dell'elettrone contempla anche casi superiori in cui vi siano più moti rotatori componenti; sorge quindi il problema di stabilire quale delle equazioni di struttura (31), (63) e (67) l'elettrone comunemente possiede nelle condizioni stazionarie di moto.

Vengono in aiuto alla risoluzione di questo problema alcuni dati sperimentali già noti dell'elettromagnetismo.

Innanzitutto osserviamo che " un corpo carico in quiete non presenta campo magnetico". Di conseguenza siamo indotti a pensare che l'elettrone in quiete ed in assenza di campi variabili è localizzato secondo la forma sferica che distribuisce il campo elettrico dell'elettrone in tutto lo spazio, mentre deforma la distribuzione delle azioni magnetiche rendendole inefficaci.

E' noto anche che " quando un corpo elettrizzato si pone in moto, viene a crearsi un campo magnetico in direzione perpendicolare a quella di traslazione".

Questo dato ci suggerisce il seguente Postulato Fondamentale:

— "La variazione del campo elettrico (o magnetico) riduce ad uno i moti rotatori componenti dell'elettrone ordinando il piano di localizzazione della sua funzione nella direzione comune del moto delle cariche, mentre contemporaneamente si ha la presenza di azioni magnetiche efficaci in direzione perpendicolare a quest'ultima."—

Il postulato esposto, aggiunto ad alcune precis-azioni riguardanti l'azione delle forze trasmesse sulle funzioni d'onda piane, permette di raggiungere una soddisfacente interpretazione dei fenomeni elettromagnetici, ed in particolare delle due esperienze fondamentali dell'elettromagnetismo: ad una variazione di campo elettrico corrisponde un campo magnetico e viceversa, rendendo così attendibile la concezione proposta sulla struttura dell'elettrone.

L'elemento d'azione elettromagnetico permette inoltre tutta una serie di sviluppi nei riguardi delle onde elettromagnetiche basati sul raggiungimento della formula di struttura più probabile del quanto di radiazione.

o o o

Il punto di vista esposto sulla struttura del campo magnetico permette facilmente di interpretare l'indipendenza fra i lavori effettuati dal campo ed il livello energetico della particella. Infatti il campo magnetico è determinato da onde trasversali emesse dalle oscillazioni armoniche le quali, una volta generate e trasmesse allo spazio, si staccano definitivamente dalla particella senza poterla più interessare.

L'elemento elettromagnetico d'azione permette inoltre di spiegare un ulteriore dato sperimentale: la coesistenza dei campi di forze elettrici e magnetici. E' noto infatti che il campo elettrico e quello magnetico possono coesistere in una determinata regione dello spazio in condizioni stazionarie senza subire modificazioni. Ciò è dovuto alla profonda differenza di struttura esistente fra le azioni elettriche e quelle magnetiche. Infatti è noto in teoria dell'elasticità che un mezzo, pur essendo percorso da onde trasversali (azioni magnetiche), può sempre trasmettere delle forze ad esso applicate (azioni elettriche) senza alcuna modificazione di entrambi.

———— o ————

Verifiche sperimentali suggerite.

Si possono suggerire varie nuove esperienze a verifica della concezione esposta sulla struttura dell'elettrone nei vari campi che essa interessa. L'obiettivo fondamentale resta comunque sempre quello di verificare sperimentalmente che la forza del campo elettrico non è costante, ma per valori sufficientemente piccoli del tempo presenta una intermittenza che ad una prima approssimazione non è rilevabile. Se si riuscisse infatti a dimostrare questo dato fondamentale, sarebbe di conseguenza dimostrato che l'elettrone è costituito nella sua parte principale da un oscillatore lineare di una porzione di spazio e quindi in pratica sarebbe dimostrata tutta la Teoria che su di esso è basata.

Il problema sperimentale più grave da superare nella ricerca di una esperienza che verifichi l'intermittenza della forza agente nel campo elettrico è costituita dal tempo. Infatti per dimostrare questo dato occorrerebbe in linea di principio scendere a periodi di tempo dell'ordine di 10^{-20} sec, ossia ad una quantità di cui la nostra mente non ha una esatta valutazione.

Si può comunque basare la nostra esperienza su di un fenomeno che eviti questa difficoltà apparentemente insuperabile: il fenomeno di risuonanza. Si supponga di avere una camera di Wilson come in fig. 29.

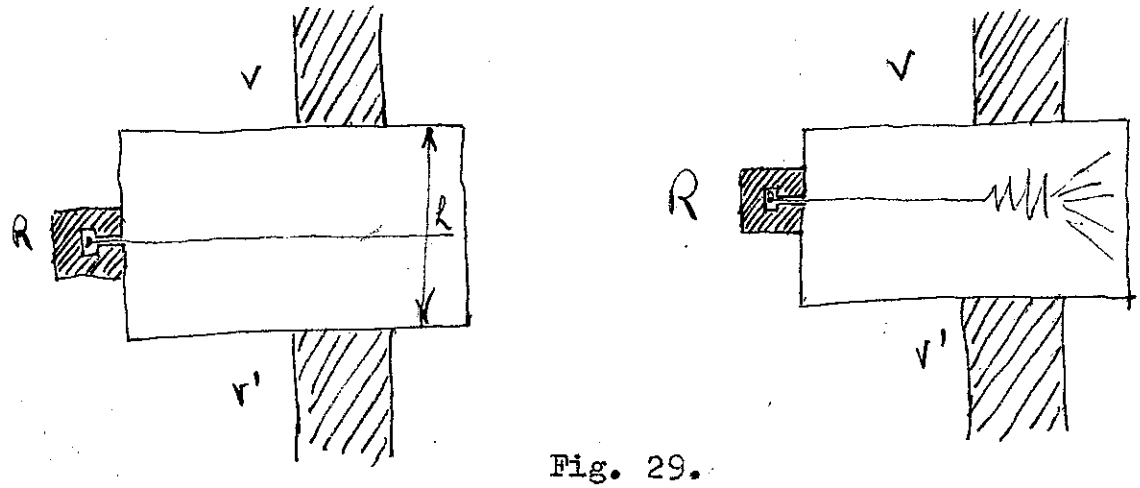

Fig. 29.

Su due pareti della camera a distanza h non eccessivamente grande sia

applicato un campo di forze periodiche a frequenza variabile con continuità fino ad un valore massimo opportunamente alto. Servendoci di un materiale radioattivo posto in R si immetta nella camera in direzione perpendicolare a quella del campo variabile un pennello di raggi β. Nelle condizioni normali il pennello seguirà un percorso rettilineo. Si faccia ora variare con continuità la frequenza del campo di forze variabili. In base alla Teoria esposta debbono esistere dei valori della frequenza, di cui $1,2.10^{20}$ costituisce un multiplo, per i quali il pennello di raggi β deve entrare in risonanza nello spazio interno a quello del campo variabile, venendo così a dimostrare che l'elettrone ha una struttura profondamente dinamica ed in particolare è localizzato nella sua parte principale secondo un oscillazione armonica di un punto dello spazio.

Napoli - 29 - III - 1958 -

Ruggero Panzilli -

Via Monforte 26

Campobasso